

Magnétisme - Concepts fondamentaux

Fabrice Bert

*Laboratoire de Physique des Solides,
Université Paris-Sud, Orsay, France*

Paramagnétisme (hautes températures)

susceptibilités, loi de Curie, Curie Weiss

Etats ordonnés

Ferromagnétisme, Excitations ondes de spin.
Domaines et parois, anisotropie, cycle d'hystéresis.
Antiferromagnétisme, ferrimagnétisme

Magnétisme itinérant

Para et diamagnétisme du gaz d'électrons.
Instabilité, réponse à une impureté et interaction RKKY

Notion de verre de spin

Hystéresis, dynamique lente

Boite à outils

Moment magnétique \mathbf{m} :

$$\mathbf{m} = -g\mu_B\mathbf{S} \quad \text{Dans la suite, moment de spin, orbital, total..}$$

$$\mathbf{S} \equiv \mathbf{J}$$

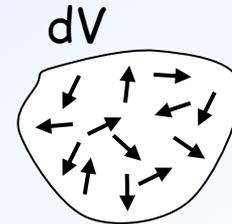
\mathbf{m} s'exprime en A.m^2 (pensez à $\mathbf{m} = Id\mathbf{S} \mathbf{u}_z$)

Le magnéton de Bohr $\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A.m}^2$
est le moment magnétique de référence
(moment porté par un électron libre)

Energie d'un moment dans une induction \mathbf{B} : $E = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$

Aimantation \mathbf{M} :

$$\mathbf{M} = \frac{1}{dV} \sum_i \mathbf{m}_i$$



L'aimantation s'exprime donc en A/m

Boite à outils

Champ magnétique **H** aussi en A/m

Susceptibilité magnétique $\chi = \frac{\partial M}{\partial H}$ sans unité

souvent $\chi = \frac{M}{H}$ (milieux linéaires)

Induction magnétique **B** en Tesla (T)

Dans le vide on a la relation $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ où $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m est la perméabilité du vide.

NB¹ : Ces deux grandeurs et leur unités sont donc fréquemment confondues.

NB² : L'unité Gauss (G) est aussi fréquemment utilisée : 10G=1mT

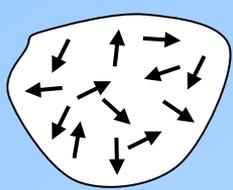
Boite à outils

Table 8.2. Magnetic quantities and conversion from Gaussian to SI units. For conversion between the two unit systems, multiply the number for the Gaussian quantity by the conversion factor to obtain the number for the SI quantity

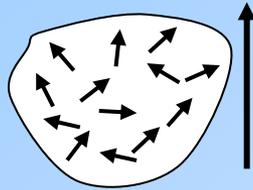
Quantity	Symbol	Gaussian system <i>cgs</i>	Conversion factor	SI system
Magnetic flux	Φ	Mx, G cm^2	10^{-8}	Wb, V s
Magnetic flux density, magnetic induction	B	G	10^{-4}	T, Wb m^{-2}
Magnetic potential difference, magnetomotive force	U, F	Gb (gilbert)	$10/4\pi$	A
Magnetic field strength	H	Oe	$1000/4\pi$	A m^{-1}
Volume magnetization	$4\pi M$	G	$1000/4\pi$	A m^{-1}
Volume magnetization	M	$\text{emu cm}^{-3}, \text{G}$	1000	A m^{-1}
Magnetic polarization	J	$\text{emu cm}^{-3}, \text{G}$	$4\pi \times 10^{-4}$	T, Wb m^{-2}
Mass magnetization	M	$\text{emu g}^{-1}, \text{G cm}^3 \text{g}^{-1}$	1	$\text{A m}^2 \text{kg}^{-1}, \text{J T}^{-1} \text{kg}^{-1}$
Magnetic moment	m	emu, erg G^{-1}	10^{-3}	$\text{A m}^2, \text{J T}^{-1}$
Magnetic dipole moment	j	emu, erg G^{-1}	$4\pi \times 10^{-10}$	Wb m, V s m
Volume susceptibility	χ, κ	Dimensionless, emu cm^{-3}	4π	Dimensionless
Mass susceptibility	χ, κ	$\text{emu g}^{-1}, \text{cm}^3 \text{g}^{-1}$	$4\pi \times 10^{-3}$	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$
Molar susceptibility	χ, mol	$\text{emu mol}^{-1}, \text{cm}^3 \text{mol}^{-1}$	$4\pi \times 10^{-6}$	$\text{m}^3 \text{mol}^{-1}$
Permeability, $\mu = \mu_0 \mu_r$	μ	$\mu^* = \mu_r$	$4\pi \times 10^{-7}$	$\text{H m}^{-1}, \text{V s A}^{-1} \text{m}^{-1}$
Relative permeability, μ/μ_0	μ_r	Dimensionless	1	Dimensionless
Energy density, energy product	w	erg cm^{-3}	10^{-1}	J m^{-3}
Demagnetization factor	N, D	Dimensionless	$1/4\pi$	Dimensionless

Paramagnétisme

1) Moments isolés, sans interactions



$$M=0$$

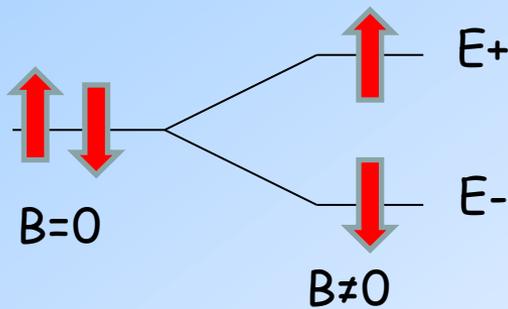


$$M=\chi(T)H$$

$$H=B/\mu_0$$

n moments $\mathbf{m}=-g\mu_B\mathbf{S}$ tous identiques

• Cas $S=1/2$



$$E=-\mathbf{m}\cdot\mathbf{B}=g\mu_B S^z B$$

Statistique de Boltzmann $p(E_i) = \frac{e^{-\beta E_i}}{\sum_k e^{-\beta E_k}}$

$$\beta = \frac{1}{k_B T}$$

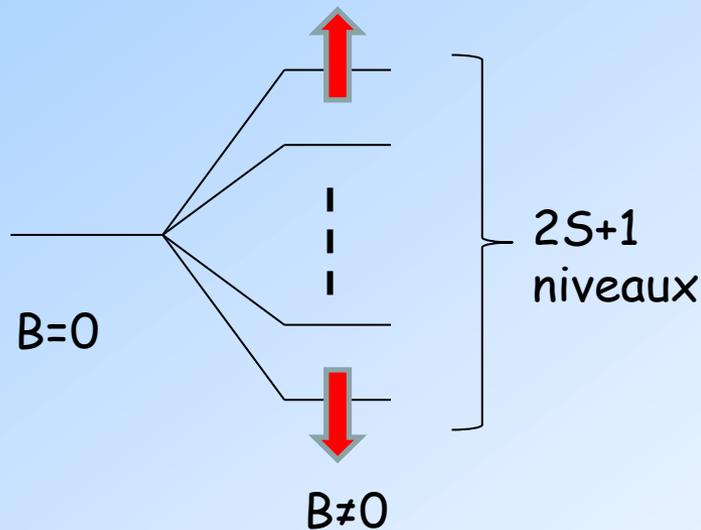
$$n_{\pm} = np(E_{\pm}) = n \frac{e^{\mp \beta g \mu_B B / 2}}{e^{\beta g \mu_B B / 2} + e^{-\beta g \mu_B B / 2}}$$

Paramagnétisme

$$M^z = n_- \frac{g\mu_B B}{2} + n_+ \left(-\frac{g\mu_B B}{2} \right) = \frac{ng\mu_B B}{2} (p(E_-) - p(E_+))$$

$$M^z = \frac{ng\mu_B B}{2} \times \frac{e^{\beta g\mu_B B/2} - e^{-\beta g\mu_B B/2}}{e^{\beta g\mu_B B/2} + e^{-\beta g\mu_B B/2}} = ng\mu_B S \tanh(\beta g\mu_B SB)$$

● Cas général S quelconque

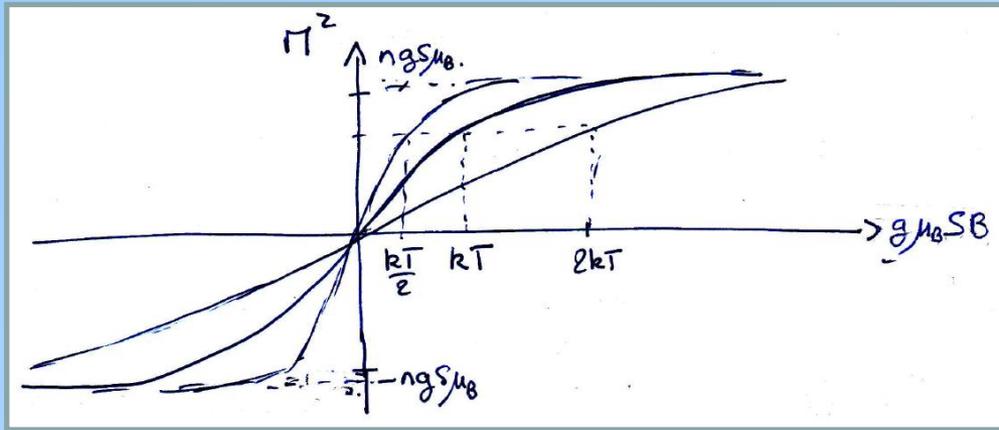


Loi de Brillouin

$$M^z = ng\mu_B S B_S(\beta g\mu_B SB)$$

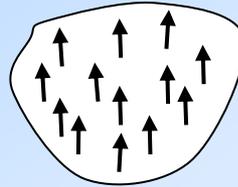
$$B_S(x) = \frac{2S+1}{2S} \coth\left(\frac{2S+1}{2S} x\right) - \frac{1}{2S} \coth\left(\frac{1}{2S} x\right)$$

Paramagnétisme



- $T \rightarrow 0$ ou $B \rightarrow \infty$:

$$M^z \rightarrow ng\mu_B S = M_{sat}$$



- $M^z \left(\frac{g\mu_B S B}{k_B T} \right)$

→ Énergie magnétique

→ Énergie thermique

→ « 1T ⇔ 1K » pour des spins 1/2

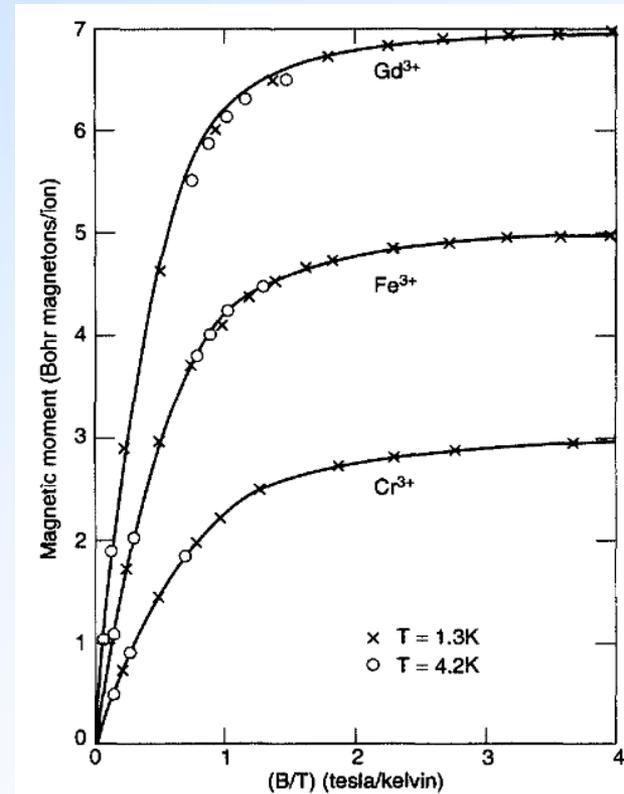
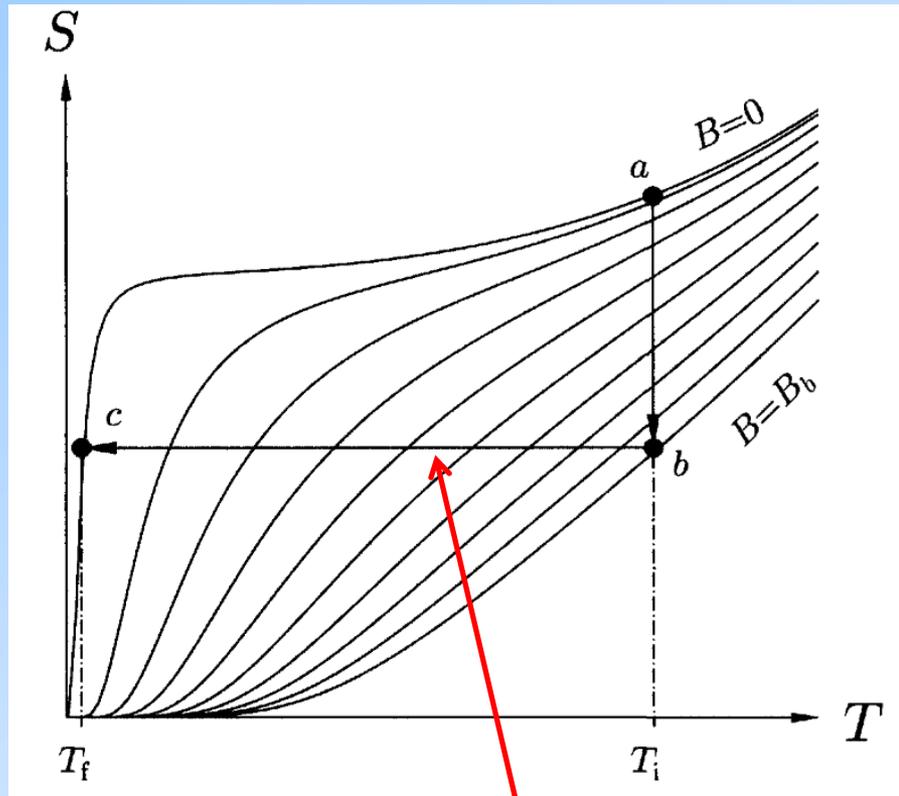


Fig. 3.26 The magnetic moment per ion for three paramagnetic salts: $\text{KCr}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$ (Cr^{3+}), $\text{NH}_4\text{Fe}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$ (Fe^{3+}) and $\text{Gd}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 8\text{H}_2\text{O}$ (Gd^{3+}). After W. Henry, *Phys. Rev.* **88**, 559 (1952).

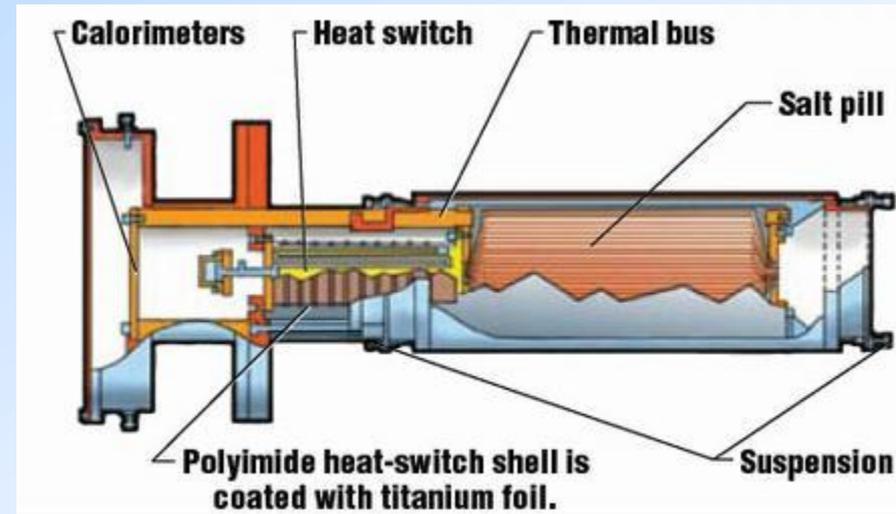
Paramagnétisme

Refroidissement par désaimantation adiabatique de sels paramagnétiques

Entropie paramagnétique $S(B/T)$



$$T_{\text{final}}/T_{\text{initial}} = B_{\text{final}}/B_{\text{initial}}$$



Paramagnétisme

- Limite haute température $k_B T \gg g\mu_B S B$

$$B_S(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} \frac{S+1}{3S} x \quad \Rightarrow \quad M^z \approx ng\mu_B S \frac{S+1}{3S} \frac{g\mu_B S B}{k_B T} = \chi H$$

Loi de Curie

$$\chi = \mu_0 \frac{np_{eff}^2 \mu_B^2}{3k_B T} = \frac{C}{T}$$

avec $p_{eff} = g \sqrt{S(S+1)}$

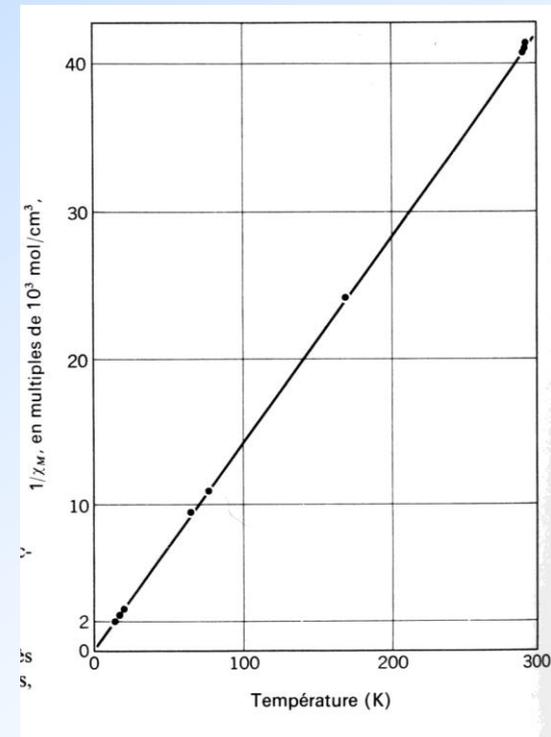


Figure 5 Représentation de $1/\chi$ en fonction de T pour un sel de gadolinium,



La droite correspond à la loi de Curie (d'après L. C. JACKSON et H. KAMERLINGH ONNES, *Leiden Communications* 168a).

Paramagnétisme

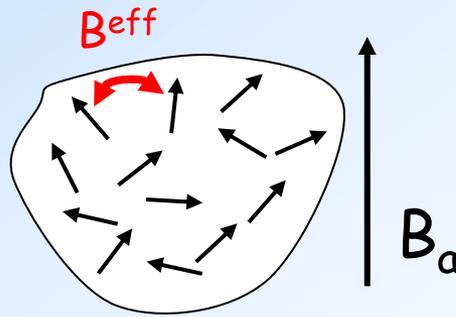
2) Moments en interaction

$$H = -\sum_{i,j} J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j \quad \begin{array}{ll} J > 0 & \text{Ferro} \\ J < 0 & \text{Antiferro} \end{array}$$

Énergie du spin i :

$$E_i = -2 \sum_j J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j - \mathbf{m}_i \cdot \mathbf{B}_a = -\mathbf{S}_i \cdot \sum_j 2J_{ij} \mathbf{S}_j + g_i \mu_B \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{B}_a$$

$$E_i = -\mathbf{m}_i \cdot (\mathbf{B}_i^{eff} + \mathbf{B}_a) \quad \text{avec} \quad \mathbf{B}_i^{eff} = -\sum_j \frac{2J_{ij}}{g_i \mu_B} \mathbf{S}_j$$



Paramagnétisme

Hypothèse de champ moyen $\mathbf{B}_i^{eff} \longrightarrow \mathbf{B}_i^{CM} = -\sum_j \frac{2J_{ij}}{g_i \mu_B} \langle \mathbf{S}_j \rangle$
->Fluctuations négligées

- Système de spins identiques et $J_{ij} = J$ limitée aux premiers z voisins

$$\mathbf{B}^{CM} = 2Jz \frac{\mathbf{M}}{ng^2 \mu_B^2} = \lambda \mathbf{M}$$

en introduisant:
 $\mathbf{M} = -ng\mu_B \langle \mathbf{S} \rangle$

L'aimantation est finalement donnée implicitement par la loi de Brillouin

$$M = ng\mu_B S B_S \left[\frac{g\mu_B S}{k_B T} (B_a + \lambda M) \right]$$

Paramagnétisme

Limite haute température $k_B T \gg g\mu_B S(B_a + \lambda M)$

$$M \approx ng\mu_B S \frac{S+1}{3S} \frac{g\mu_B SB}{k_B T} (B_a + \lambda M)$$

$$M = \frac{C}{T - \lambda C / \mu_0} H_a$$

avec la constante
de Curie
déjà introduite

$$C = \mu_0 \frac{np_{eff}^2 \mu_B^2}{3k_B}$$

$$p_{eff} = g\sqrt{S(S+1)}$$

Loi de Curie-Weiss

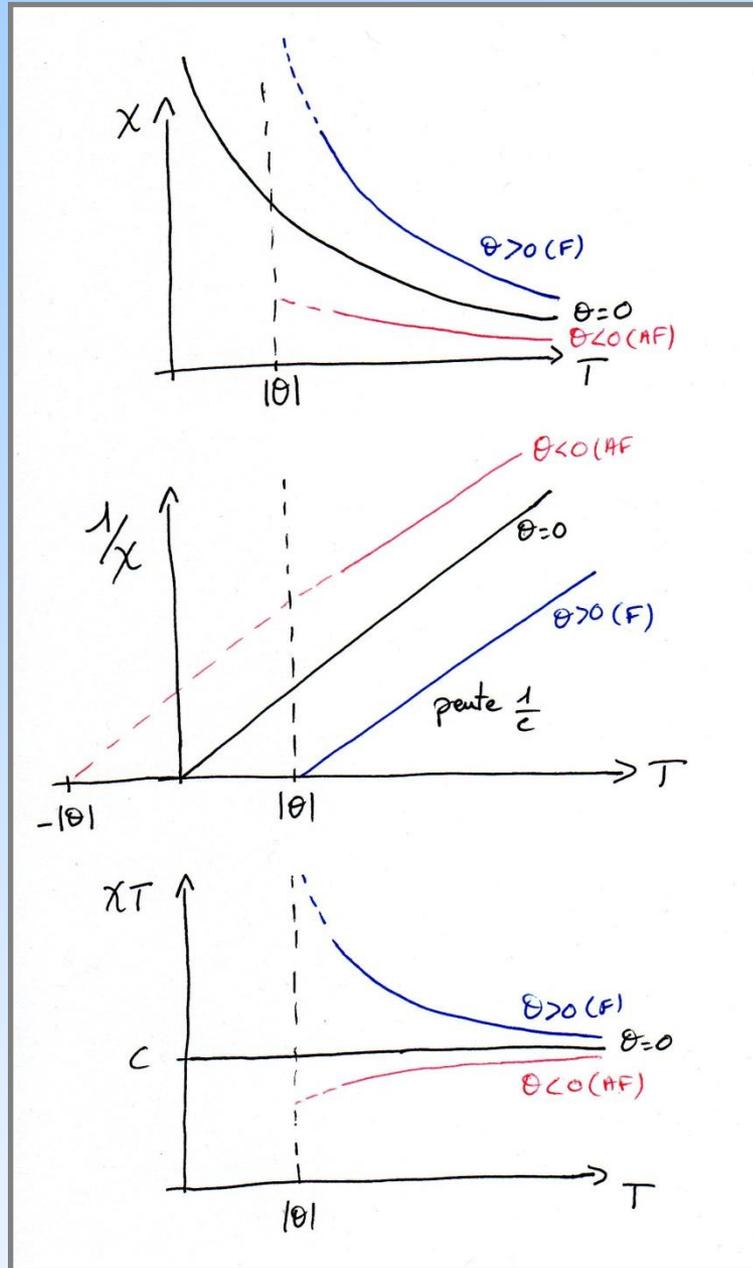
$$\chi = \frac{C}{T - \theta}$$

$$\text{avec } \theta = \frac{\lambda C}{\mu_0} = \frac{2zJS(S+1)}{3k_B}$$

Nombre, taille des moments

Interactions: intensité, nature

Paramagnétisme

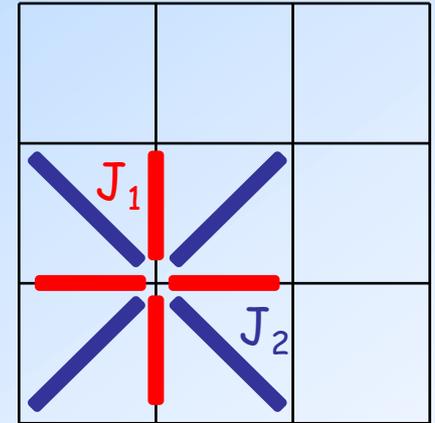


Paramagnétisme

- Système de spins identiques et J_{ij} quelconques

$$E_i = -2 \sum_j J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j = -\mathbf{S}_i \cdot \left(\sum_{1^e \text{ voisins}} 2J_1 \mathbf{S}_j + \sum_{2^e \text{ voisins}} 2J_2 \mathbf{S}_j + \dots \right)$$

$$\Rightarrow \chi = \frac{C}{T - \theta} \quad \text{avec} \quad \theta = \frac{2S(S+1)}{3k_B} \sum_v z_v J_v$$



- Plusieurs types de spins et J_{ij} quelconques

$$\mathbf{M} = \sum_p \mathbf{M}_p \quad \mathbf{B}_p^{CM} = \sum_p \lambda_p \mathbf{M}_p$$

$$\mathbf{M}_p = \frac{C_p}{\mu_0 T} (\mathbf{B}_a + \mathbf{B}_p^{CM})$$

Paramagnétisme

Exemple : Ferrites $\text{MO-Fe}_2\text{O}_3$
 $\text{Fe}^{3+} (5\mu_B) \times 2$
 $\text{M}^{2+} = \text{Fe}^{2+} (4\mu_B), \text{Ni}^{2+} (2\mu_B), \text{Mn}^{2+} (5\mu_B) \dots$

$$M = M_A + M_B$$

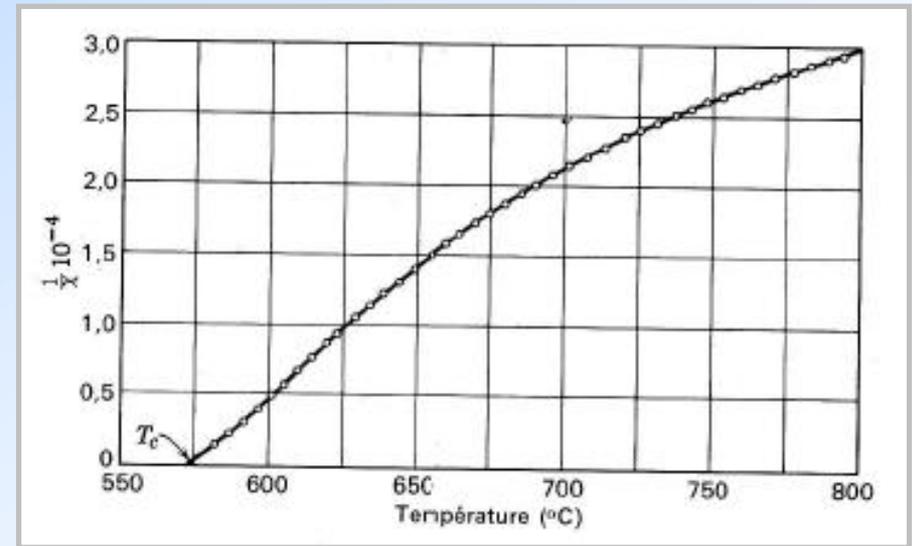
$$\begin{cases} B_A^{CM} = \lambda M_B \\ B_B^{CM} = \lambda M_A \end{cases} \quad \text{avec } \lambda < 0 \text{ (AF)}$$

$$M_A = \frac{C_A}{\mu_0 T} (B_a + \lambda M_B)$$

$$M_B = \frac{C_B}{\mu_0 T} (B_a + \lambda M_A)$$

$$\Rightarrow \chi = \frac{(C_A + C_B)T + 2\lambda C_A C_B / \mu_0}{T^2 - T_c^2}$$

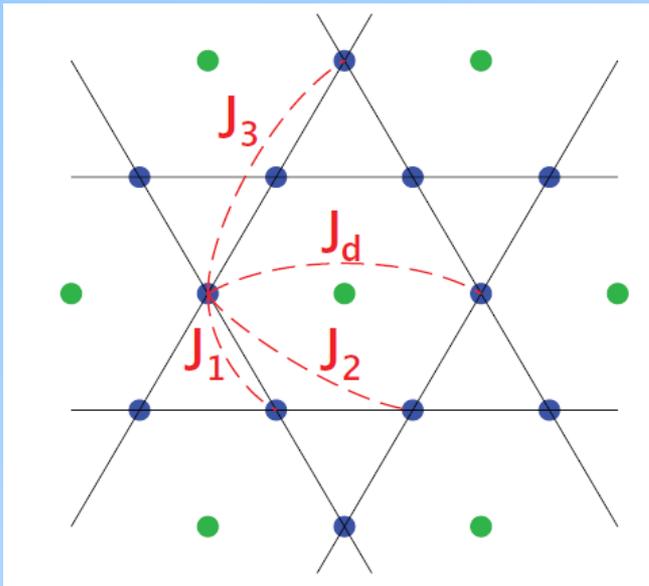
$$\text{où } T_c^2 = \lambda^2 C_A C_B / \mu_0$$



Magnétite $\text{FeO-Fe}_2\text{O}_3$

Paramagnétisme

Développement en series haute températures...



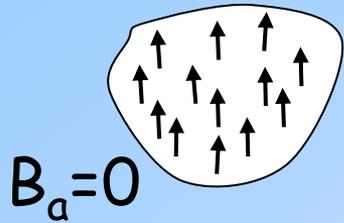
$$\frac{\chi^{\text{HT}}(T)T}{C} = 1 + \sum_{i=1}^n P_i(J_1, J_2, J_d)\beta^i,$$

$$\chi = \frac{C}{T} \left(1 + \frac{\theta}{T} + \dots \right)$$

- $p_0(\nu_2, \nu_3) = 1$ (3)
- $p_1(\nu_2, \nu_3) = -2 - 2\nu_2 - \nu_3$ (4)
- $p_2(\nu_2, \nu_3) = 4 + 8\nu_3 + 16\nu_2 + 8\nu_2\nu_3 + 4\nu_2^2$ (5)
- $p_3(\nu_2, \nu_3) = -3 - 48\nu_3 - 81\nu_2 - 3\nu_2^2 - 48\nu_2^2\nu_3 + 2\nu_2^3 - 12\nu_2\nu_3^2 - 114\nu_2\nu_3 - 96\nu_2^2 - 12\nu_2^3$ (6)
- $p_4(\nu_2, \nu_3) = -4 + 176\nu_3 + 172\nu_2 - 4\nu_2^4 - 32\nu_2\nu_3^3 + 216\nu_2^2\nu_3 + 5\nu_2^4 + 260\nu_2^2\nu_3^2 + 396\nu_2\nu_3^2 + 1188\nu_2^2\nu_3$
 $+ 432\nu_2^3 - 32\nu_2^3 + 1094\nu_2^2 + 1108\nu_2\nu_3 + 260\nu_2^2$ (7)
- $p_5(\nu_2, \nu_3) = -202 + 225\nu_3 + 605\nu_2 - 680\nu_2^4\nu_3 - 202\nu_2^5 - 21\nu_2^5 - 270\nu_2^2\nu_3^3 + 60\nu_2\nu_3^4 - 3245\nu_2^3\nu_3^2 - 11430\nu_2^3\nu_3$
 $+ 60\nu_2^4 - 7970\nu_2^2\nu_3^2 - 410\nu_2\nu_3^3 - 1360\nu_2^4 - 270\nu_2^3 - 8465\nu_2\nu_3^2 - 17230\nu_2^2\nu_3 - 11645\nu_2^2 - 2935\nu_2^2$
 $- 7630\nu_2\nu_3 - 5595\nu_2^2$ (8)
- $p_6(\nu_2, \nu_3) = 1513 + 4104\nu_2 - 4206\nu_3 - 14253\nu_2^2 + 122658\nu_2\nu_3^2 + 187998\nu_2^2\nu_3 + 15912\nu_2\nu_3 + 132562\nu_2^3$
 $+ 13170\nu_2^3 + 20210\nu_2^3 + 98088\nu_2^4 + 251238\nu_2^2\nu_3 + 40632\nu_2\nu_3^3 + 183249\nu_2^2\nu_3^2 - 2646\nu_2\nu_3^4 + 104100\nu_2^4\nu_3$
 $+ 132630\nu_2^3\nu_3^2 + 38550\nu_2^2\nu_3^3 - 4170\nu_2^2\nu_3^2 + 18080\nu_2^2\nu_3^3 + 26370\nu_2^4\nu_3 + 3384\nu_2^2\nu_3 + 1104\nu_2\nu_3^2 - 4170\nu_2^4$
 $+ 1104\nu_2^5 + 6768\nu_2^5 + 1513\nu_2^6 - \frac{399}{2}\nu_2^6$ (9)
- $p_7(\nu_2, \nu_3) = 13844 - 151620\nu_2 - 74704\nu_3 + 139083\nu_2^2 - \frac{1966153}{2}\nu_2\nu_3^2 - 1293383\nu_2^2\nu_3 + 299964\nu_2\nu_3 - \frac{189371}{2}\nu_2^3$
 $+ 139755\nu_2^3 - 371574\nu_2^3 - \frac{4759391}{2}\nu_2^4 - 3589292\nu_2^2\nu_3 - 1154895\nu_2\nu_3^3 - \frac{6770421}{2}\nu_2^2\nu_3^2 - \frac{82789}{2}\nu_2\nu_3^4$
 $- 3827614\nu_2^4\nu_3 - 3512439\nu_2^3\nu_3^2 - 1749132\nu_2^2\nu_3^3 - 86618\nu_2^2\nu_3^4 - 990822\nu_2^3\nu_3^3 - 1991059\nu_2^4\nu_3^2$
 $- 775061\nu_2^5\nu_3 + 7651\nu_2\nu_3^5 - 354109\nu_2^4\nu_3^3 + 938\nu_2\nu_3^6 + \frac{67319}{2}\nu_2^3\nu_3^4 - 53018\nu_2^6\nu_3 - 3738\nu_2^2\nu_3^5$
 $- \frac{262773}{2}\nu_2^5\nu_3^2 + 13615\nu_2^4 - 3738\nu_2^5 - \frac{1275309}{2}\nu_2^5 - 106036\nu_2^6 + 938\nu_2^6 + 13844\nu_2^7 + 160\nu_2^7$ (10)
- $p_8(\nu_2, \nu_3) = -186286 - 137536\nu_2 + 1145568\nu_3 + 6324260\nu_2^2 - 2088608\nu_2\nu_3^2 - 4756328\nu_2^2\nu_3 + 857352\nu_2\nu_3$
 $- 10846320\nu_2^2 - 1664724\nu_2^3 + 1483992\nu_2^3 + 16142374\nu_2^4 + 41699268\nu_2^2\nu_3 + 19842784\nu_2\nu_3^2$
 $+ 40719726\nu_2^2\nu_3^2 + 6650764\nu_2\nu_3^4 + 67176864\nu_2^4\nu_3 + 82220052\nu_2^2\nu_3^2 + 42915800\nu_2^2\nu_3^3 + 10425242\nu_2^2\nu_3^4$
 $+ 46137688\nu_2^3\nu_3^2 + 65417170\nu_2^4\nu_3^2 + 54159980\nu_2^5\nu_3 - 1232896\nu_2\nu_3^5 + 18554568\nu_2^4\nu_3^2 + 127572\nu_2\nu_3^6$
 $+ 6383884\nu_2^3\nu_3^4 + 3657208\nu_2^6\nu_3 - 1281328\nu_2^5\nu_3^5 + 26510312\nu_2^5\nu_3^2 + 2892272\nu_2^3 - 870832\nu_2^3 + 32058256\nu_2^5$
 $+ 4069692\nu_2^6 + 248420\nu_2^6 + 764352\nu_2^7 - 61008\nu_2^7 - 186286\nu_2^8 + 11421\nu_2^8 + 248420\nu_2^2\nu_3^6 - 592716\nu_2^3\nu_3^5$
 $+ 1625812\nu_2^4\nu_3^4 + 4060012\nu_2^5\nu_3^3 + 811044\nu_2^6\nu_3^2 - 61008\nu_2^2\nu_3^7 + 382176\nu_2^2\nu_3^7$ (11)

...

Existence d'une aimantation spontanée?



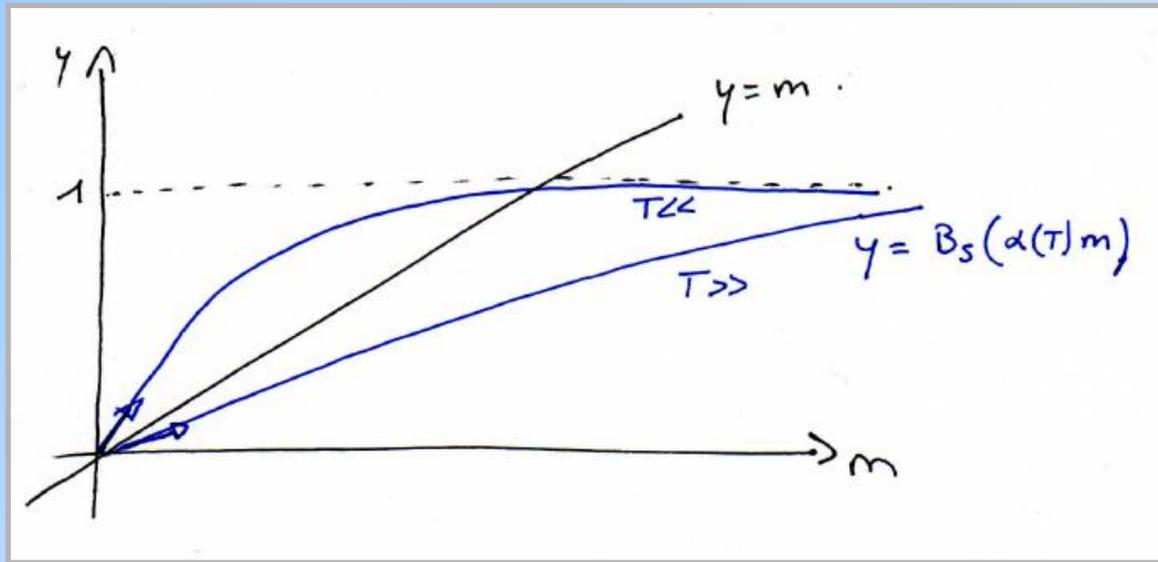
$$M = ng\mu_B S B_S \left[\frac{g\mu_B SB}{k_B T} (\cancel{B_a} + \lambda M) \right]$$

$$\frac{M}{M_{sat}} = B_S \left[\frac{2J_z S^2}{k_B T} \frac{M}{M_{sat}} \right]$$

soit $m = B_S (\alpha(T)m)$

en posant $m = \frac{M}{M_{sat}}$ et $\alpha(T) = \frac{2J_z S^2}{k_B T}$

Etats ordonnés - Ferromagnétisme



=> une solution $M \neq 0$ ssi

$$\left. \frac{\partial B_S(\alpha(T)m)}{\partial m} \right|_{x=0} > 1$$

$$\frac{2J_z S^2}{k_B T} \frac{S+1}{3S} > 1$$

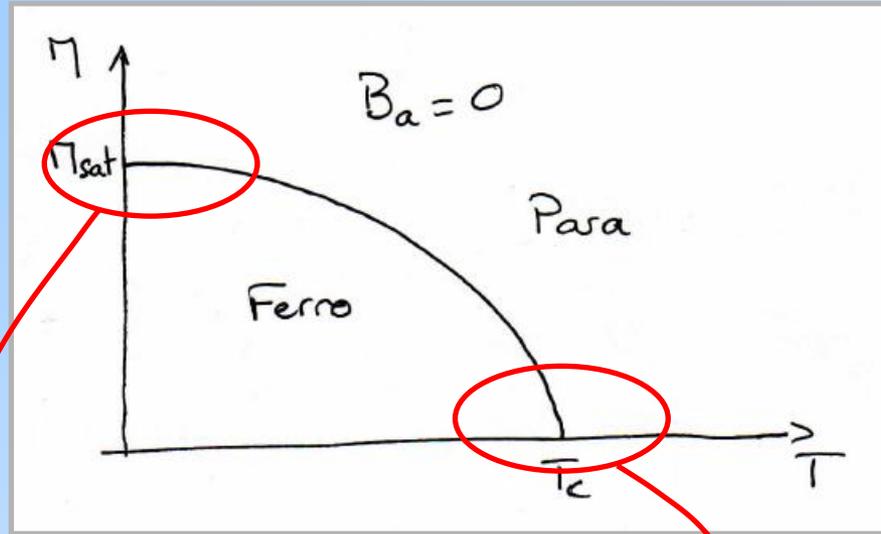
$$T < \theta$$

$$B_S(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} \frac{S+1}{3S} x$$

=> en champ moyen

$$\theta \equiv T_c$$

Etats ordonnés - Ferromagnétisme



$$\tanh(\alpha m) \approx 1 - 2e^{-2\alpha(T)m}$$

~~$$M \approx M_{sat} (1 - 2e^{-2T_c/T})$$~~

$$M \approx M_{sat} (1 - AT^{3/2})$$

voir ondes de spins

*Pour $S=1/2$, $\alpha(T) = T_c / T$

$$\tanh(\alpha m) \approx \alpha(T) m - \frac{\alpha^3(T) m^3}{3} + \dots$$

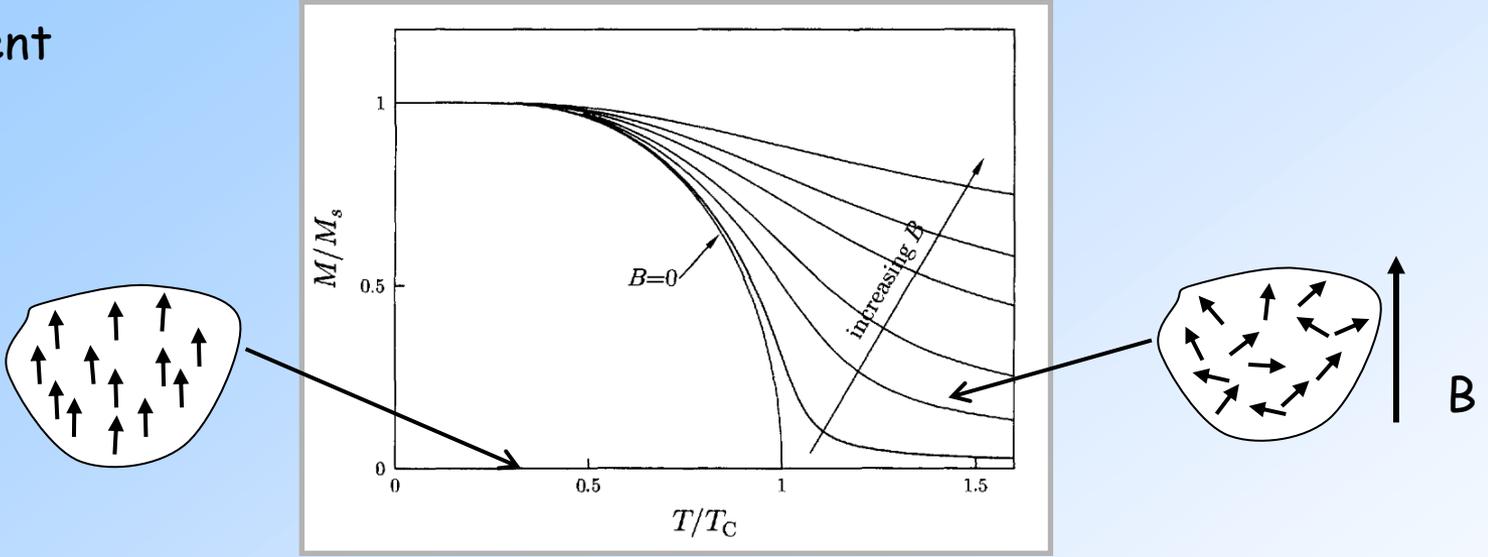
~~$$M \approx M_{sat} \sqrt{3(1 - T/T_c)}$$~~

$$M \propto (1 - T/T_c)^\beta \quad 0.33 < \beta < 0.37$$

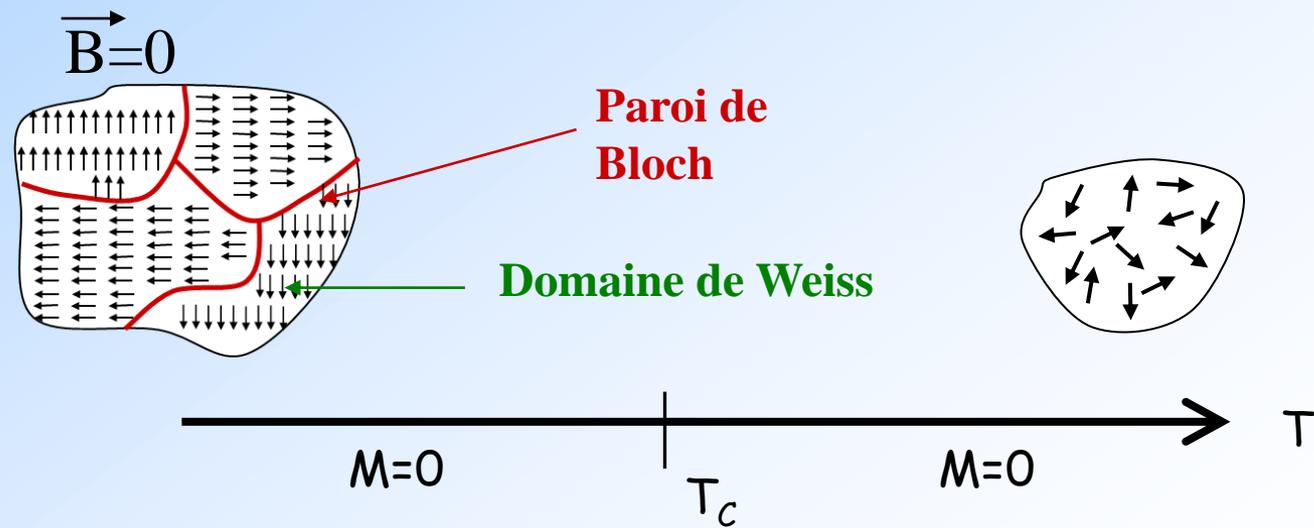
voir cours phénomènes critiques

Etats ordonnés - Ferromagnétisme

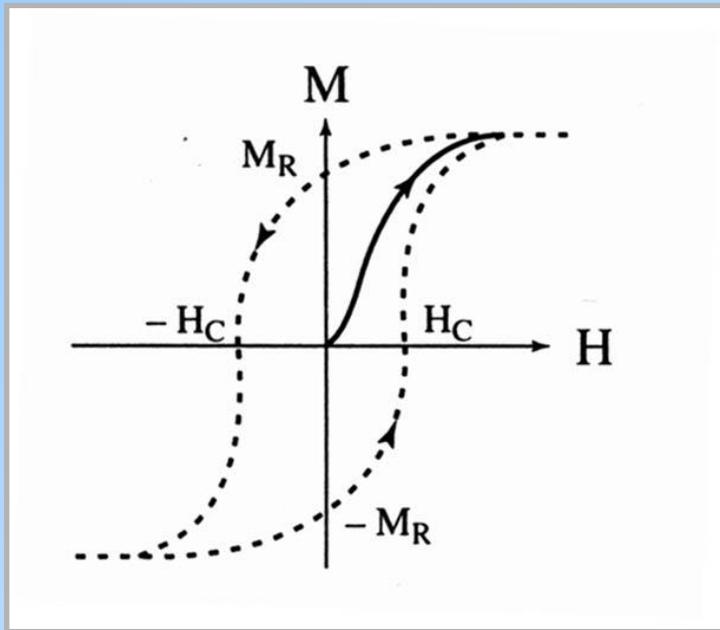
-Refroidissement sous champ



-Refroidissement et mesure en champ nul



Etats ordonnés - Ferromagnétisme



Cycle d'hystérésis

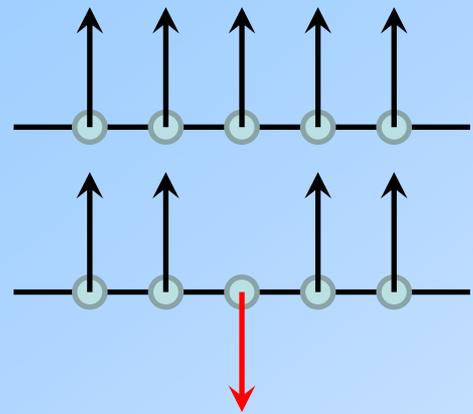
- aimantation rémanente M_R ($M(H=0)$)
- champ coercitif H_C ($H(M=0)$)
- Le champ de saturation H_s . Tous les moments sont parallèles au champ lorsque $H \geq H_s$.
- L'aimantation à saturation M_s ($M(H \geq H_s)$)

La forme du cycle est liée à

- > l'anisotropie magnétique : magnétocristalline (spin-orbite)
de forme (champ démagnétisant)
- > la décomposition en domaine et le mouvement des parois
(compétition énergies d'échange, dipolaire et d'anisotropie)

Ferromagnétisme - ondes de spins

Excitation localisée

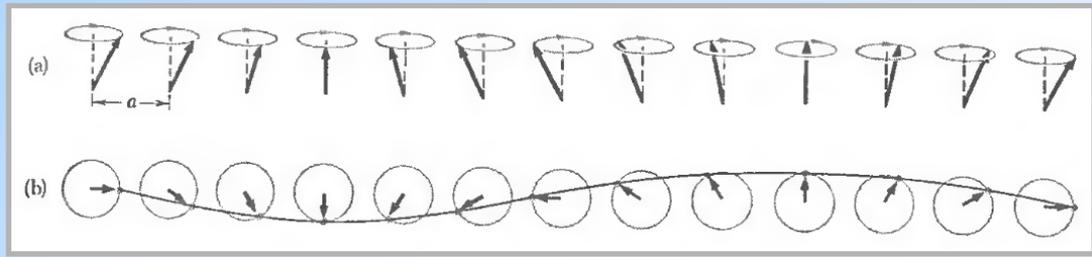


$$E_0 = -2NJS^2$$

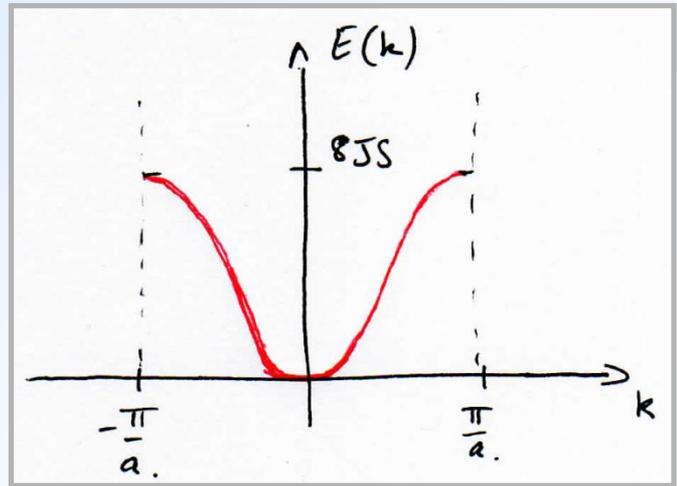
$$E_1 = -2(N-2)JS^2 + 4JS^2$$

$$\Delta E = 8JS^2$$

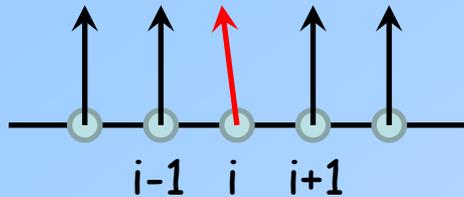
Excitation délocalisée, onde de spins



$$\Delta E = \hbar\omega = 4JS[1 - \cos(ka)]$$



Ferromagnétisme - ondes de spins



$$\mathbf{B}_i^{\text{eff}} = - \sum_j \frac{2J_{ij}}{g_i \mu_B} \mathbf{S}_j = - \frac{2J}{g \mu_B} (\mathbf{S}_{i-1} + \mathbf{S}_{i+1})$$

Théorème moment cinétique

$$\frac{\partial \hbar \mathbf{S}_i}{\partial t} = \mathbf{C}_j = \mathbf{m}_i \wedge \mathbf{B}_i^{\text{eff}} = 2J \mathbf{S}_i \wedge (\mathbf{S}_{i-1} + \mathbf{S}_{i+1})$$

$\begin{cases} \frac{\partial S_i^x}{\partial t} = \frac{2J}{\hbar} [S_i^y (S_{i+1}^z + S_{i-1}^z) - S_i^z (S_{i+1}^y + S_{i-1}^y)] \\ \frac{\partial S_i^y}{\partial t} = \frac{2J}{\hbar} [S_i^z (S_{i+1}^x + S_{i-1}^x) - S_i^x (S_{i+1}^z + S_{i-1}^z)] \\ \frac{\partial S_i^z}{\partial t} = \frac{2J}{\hbar} [S_i^x (S_{i+1}^y + S_{i-1}^y) - S_i^y (S_{i+1}^x + S_{i-1}^x)] \end{cases} \Rightarrow$	$\begin{cases} \frac{\partial S_i^x}{\partial t} = \frac{2JS}{\hbar} [2S_i^y - S_{i+1}^y - S_{i-1}^y] \\ \frac{\partial S_i^y}{\partial t} = \frac{2JS}{\hbar} [S_{i+1}^x + S_{i-1}^x - 2S_i^x] \\ \frac{\partial S_i^z}{\partial t} = 0 \end{cases}$
--	---

$S_i^z \sim S \gg S_i^x, S_i^y$

Solution ondulatoire $\mathbf{S}_i = (ue^{i(kx-\omega t)}, ve^{i(kx-\omega t)}, S)$

ssi la relation de dispersion est satisfaite $\hbar\omega = 4JS[1 - \cos(ka)]$

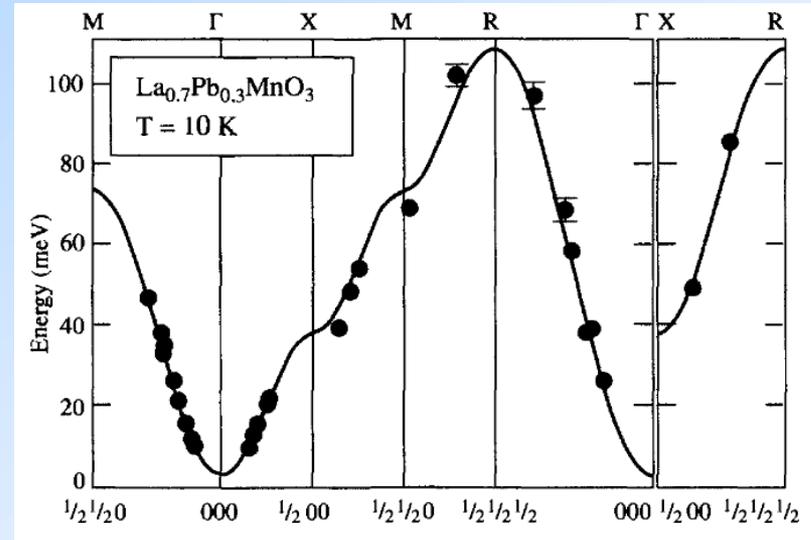
Ferromagnétisme - ondes de spins

-À 3D, z voisins, interaction premier voisin : $\hbar\omega = 2JS \left[z - \sum_i \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i) \right]$

-Diffusion de neutron inélastique (INS)

- > détermination de J !
- > anisotropies

-Quantification : magnons



Quasiparticule $E = \hbar\omega \approx Dk^2$, impulsion $\hbar\mathbf{k}$, $S = 1$

Densité d'état : $g(E) = A\sqrt{E}$

Statistique Bose-Einstein $f(E) = \frac{1}{e^{E/k_B T} - 1}$

$$U \propto T^{5/2} \quad C_m \propto T^{3/2} \quad \frac{\Delta M}{M} = \frac{M_{sat} - M(T)}{M_{sat}} \propto T^{3/2}$$

Etats ordonnés - Antiferromagnétisme

$$H = -\sum_{i,j} J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j = \sum_i (-2J) \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_{i+1} \quad \text{avec } J < 0$$

Tous les spins identiques de taille S

État fondamental

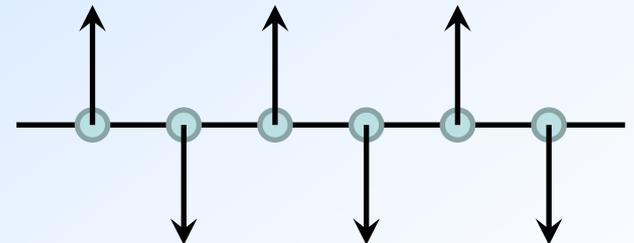
Énergie minimisée sur chaque lien avec $\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_{i+1} = -S^2$

-> état fondamental de la chaîne

-> 2 sous réseaux en interaction:
Réseau bipartite

$$M_+ = -M_- = \frac{n}{2} g \mu_B S$$

$$M = M_+ + M_- = 0$$



Etats ordonnés - Antiferromagnétisme

$$\underline{T \neq 0, B_a = 0} \quad M_+ = \frac{n}{2} g \mu_B S B_S \left[\frac{g \mu_B S B}{k_B T} (\lambda M_-) \right]$$
$$M_- = \frac{n}{2} g \mu_B S B_S \left[\frac{g \mu_B S B}{k_B T} (\lambda M_+) \right]$$

$\lambda < 0$
 $B_S(-x) = -B_S(x)$

Pour toute T , $M_+(T) = -M_-(T)$ et $M(T) = M_+ + M_- = 0$

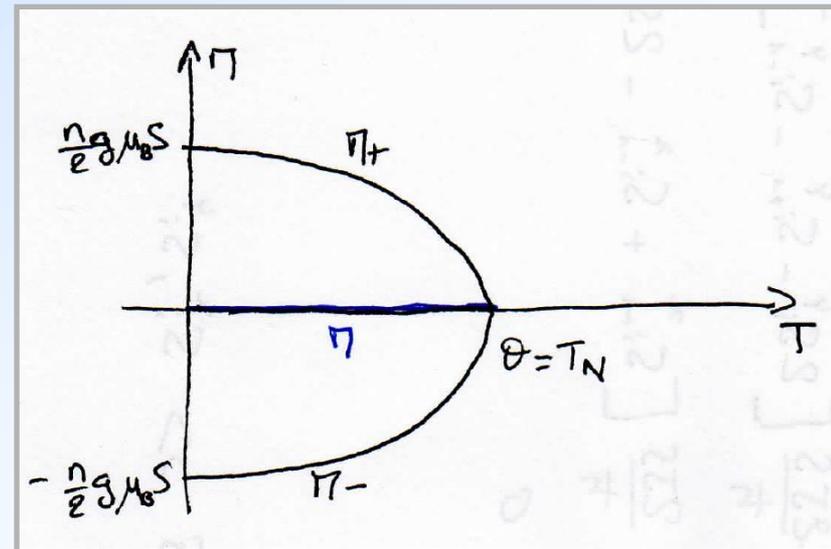
=> 2 systèmes ferromagnétiques opposés

Paramètre d'ordre:

$$M_a = M_+(T) - M_-(T)$$

Aimantation alternée

s'annule à la température de Néel



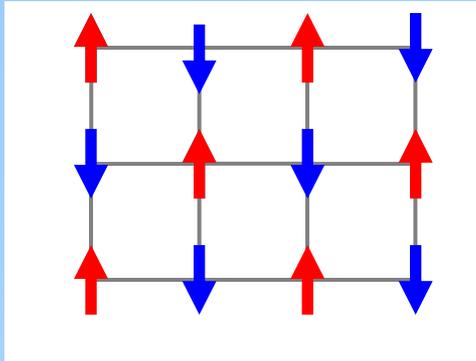
Etats ordonnés - Antiferromagnétisme

Substance	Paramagnetic ion lattice	Transition temperature, T_N , in K	Curie-Weiss θ , in K	$\frac{\theta}{T_N}$	$\frac{\chi(0)}{\chi(T_N)}$
MnO	fcc	116	610	5.3	$\frac{2}{3}$
MnS	fcc	160	528	3.3	0.82
MnTe	hex. layer	307	690	2.25	
MnF ₂	bc tetr	67	82	1.24	0.76
FeF ₂	bc tetr	79	117	1.48	0.72
FeCl ₂	hex. layer	24	48	2.0	<0.2
FeO	fcc	198	570	2.9	0.8
CoCl ₂	hex. layer	25	38.1	1.53	
CoO	fcc	291	330	1.14	
NiCl ₂	hex. layer	50	68.2	1.37	
NiO	fcc	525	~2000	~4	
Cr	bcc	308			

Rarement interaction AF premier voisin unique,
plus souvent J_{AB} , J_{AA} , J_{BB} ...

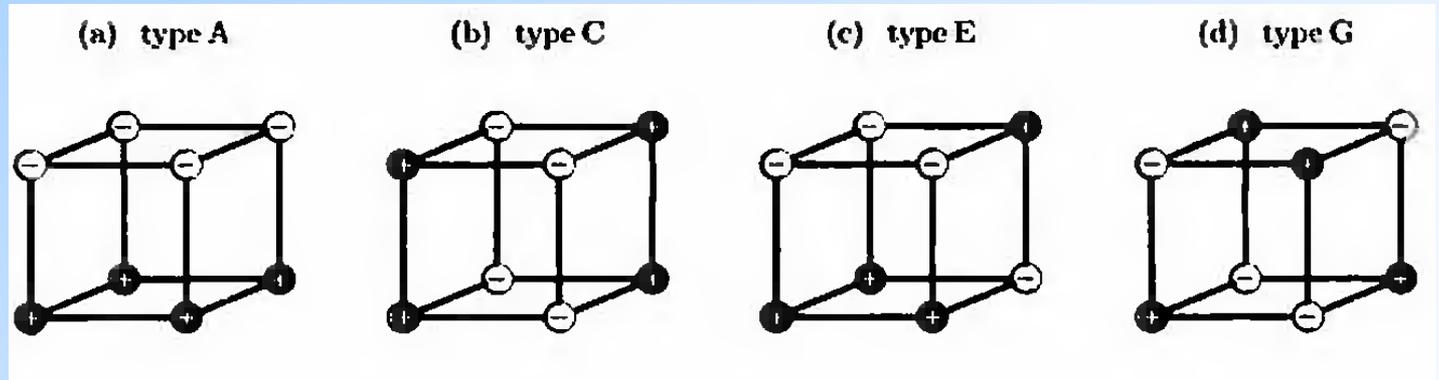
Etats ordonnés - Antiferromagnétisme

2D

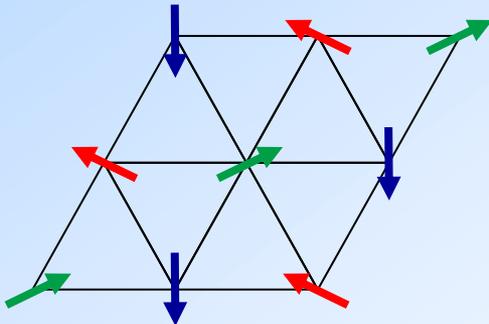


3D

Ordres AF sur le cubique P

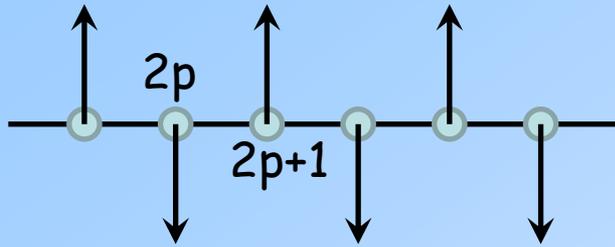


Réseaux non bipartite



- On ne peut pas construire un état qui minimise l'énergie de chaque lien
- > frustration géométrique des interactions
 - > minimisation de l'énergie sur chaque triangle
 - > ordre de Néel à 3 sous-réseaux

Antiferromagnétisme: ondes de spins



$$\frac{\partial \hbar \mathbf{S}_{2p}}{\partial t} = \mathbf{m}_{2p} \wedge \mathbf{B}_{2p}^{\text{eff}} = 2JS_{2p} \wedge (\mathbf{S}_{2p-1} + \mathbf{S}_{2p+1})$$

$$\frac{\partial \hbar \mathbf{S}_{2p+1}}{\partial t} = \mathbf{m}_{2p+1} \wedge \mathbf{B}_{2p+1}^{\text{eff}} = 2JS_{2p+1} \wedge (\mathbf{S}_{2p} + \mathbf{S}_{2p+2})$$

Solution ondulatoire

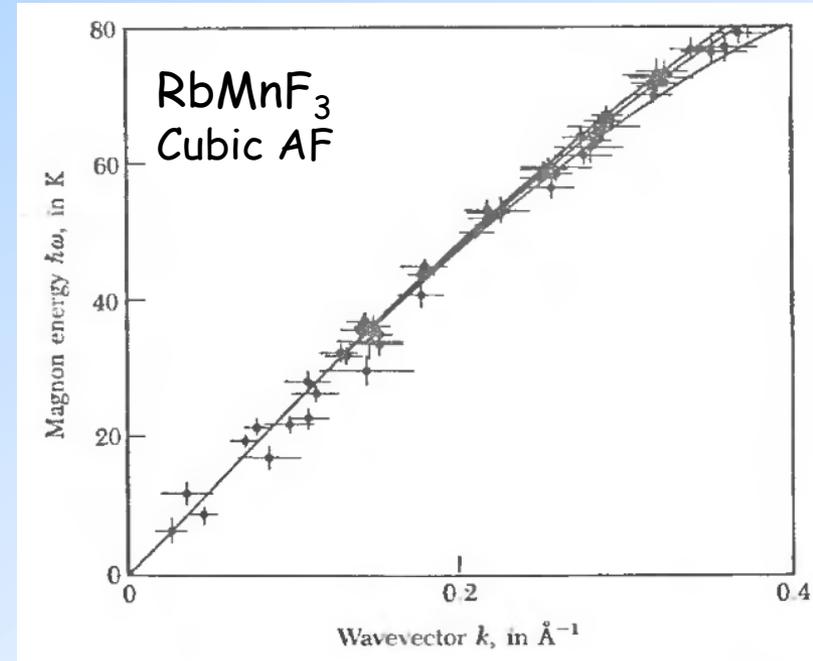
$$\mathbf{S}_{2p} = \left(ue^{i(kx - \omega t)}, -iue^{i(kx - \omega t)}, S \right)$$

$$\mathbf{S}_{2p+1} = \left(ve^{i(kx - \omega t)}, -ive^{i(kx - \omega t)}, -S \right)$$

ssi la relation de dispersion est satisfaite

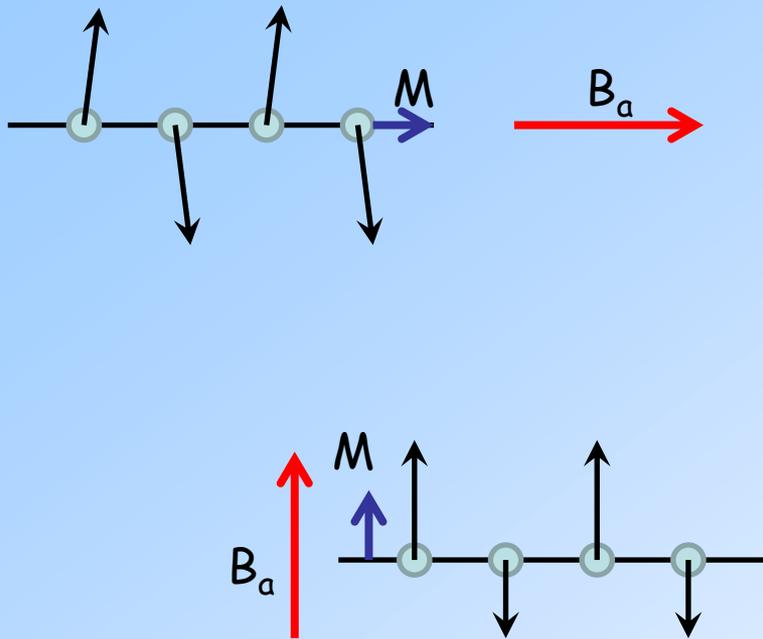
$$\hbar\omega = -4JS |\sin(ka)| \approx -4JS |ka|$$

-> magnons, $C_m \propto T^3$

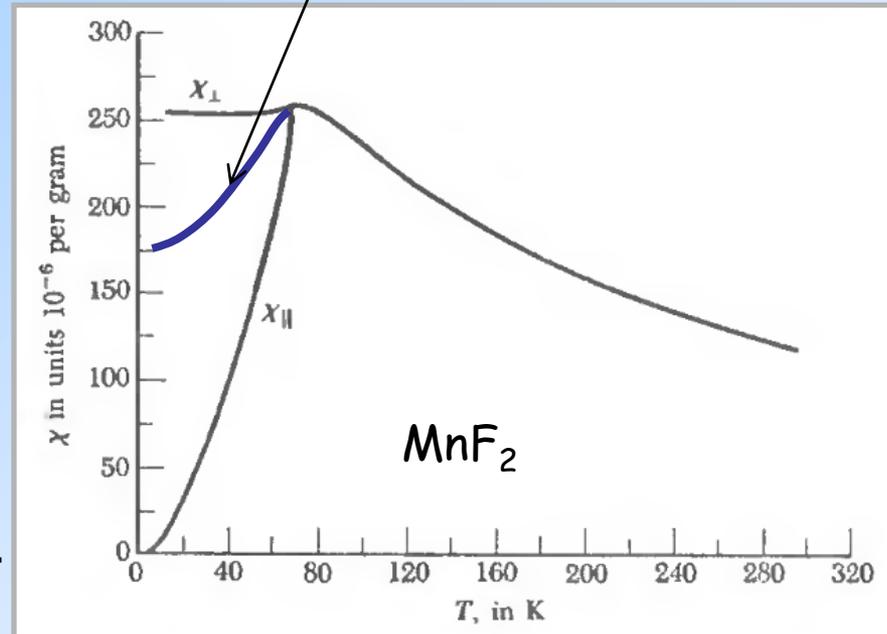


Antiferromagnétisme

Susceptibilité pour $T < T_N$

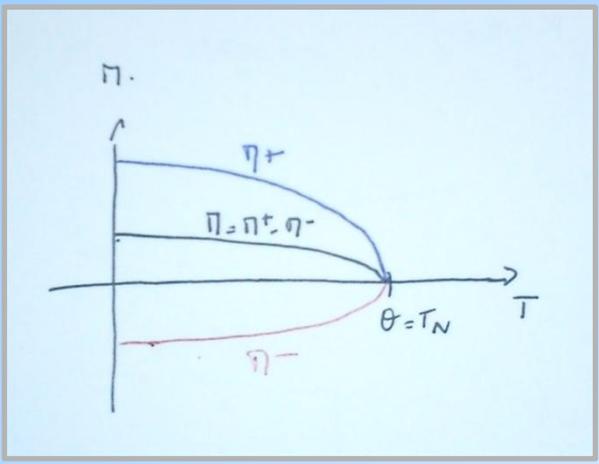
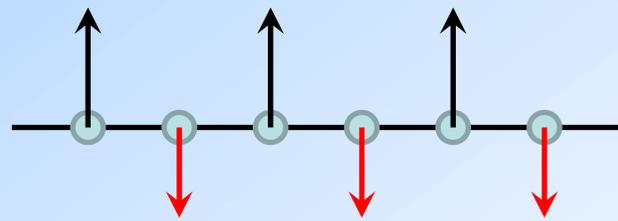


Poudre polycristalline



Etats ordonnés - Ferrimagnétisme

Interactions AF entre spins de natures différentes
ex: ferrites, grenats

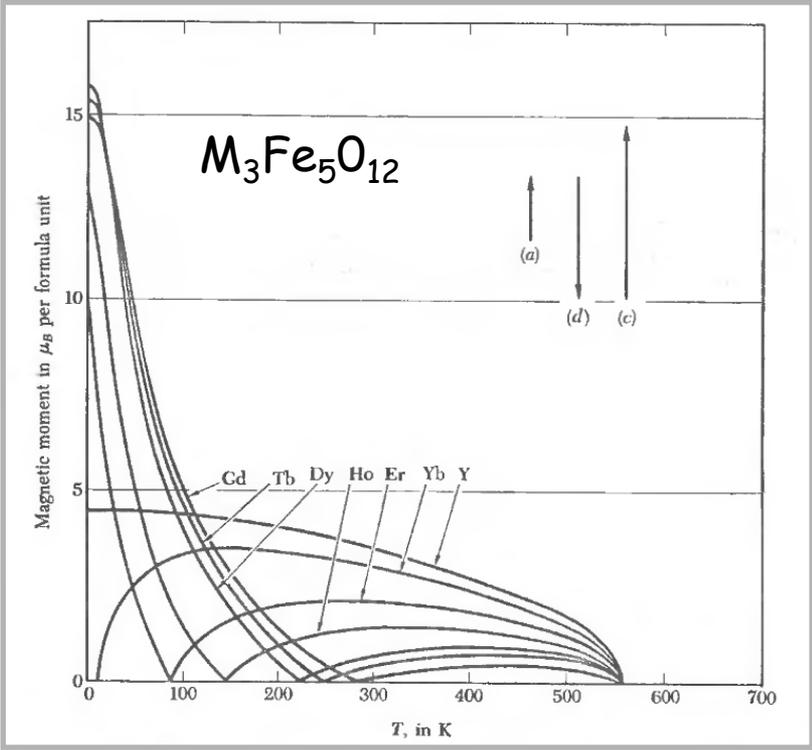
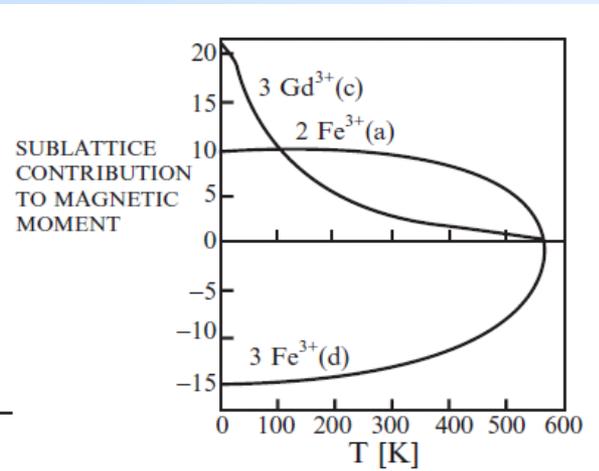


- ⇒ Il n'y a plus compensation parfaite des 2 sous-réseaux
- ⇒ aimantation spontanée sous T_N
- ⇒ comportement proche Ferro

Ex: Grenats : 3 sous réseaux

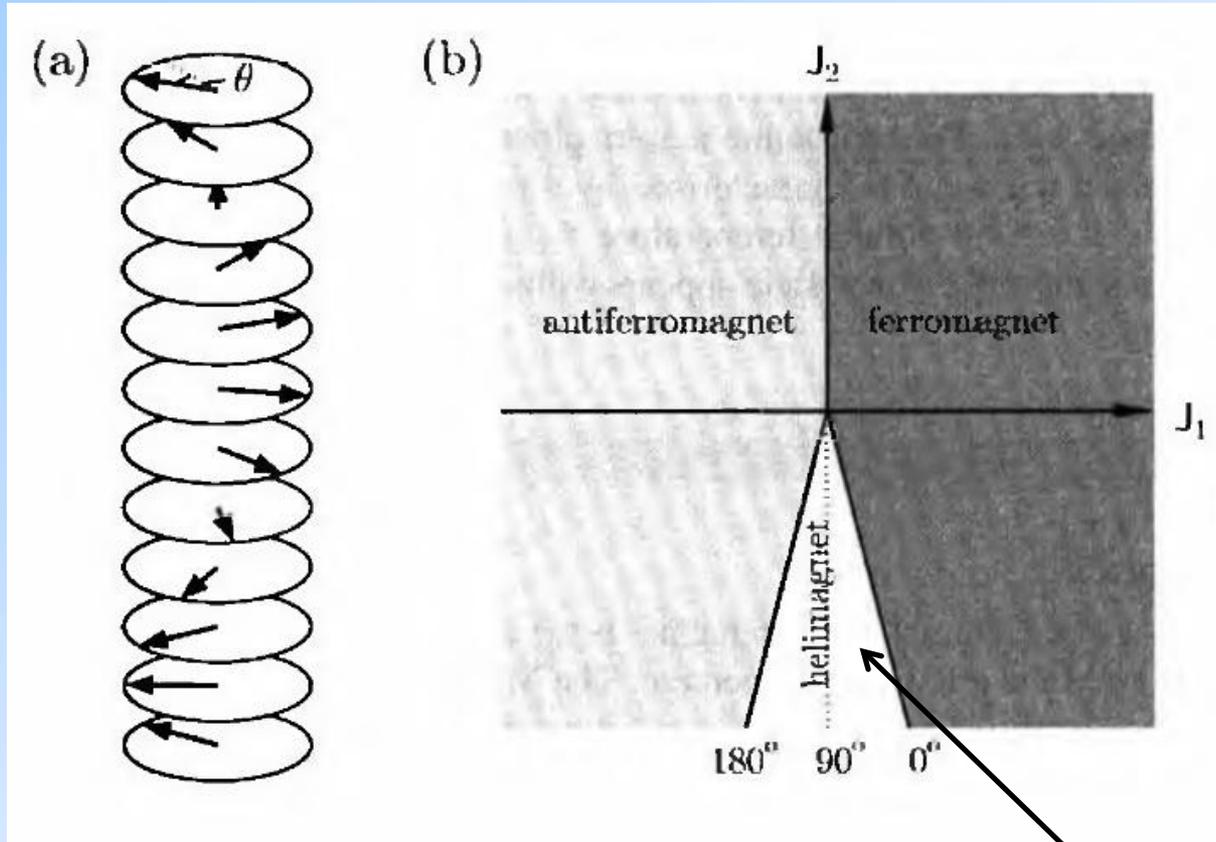
- $Fe^{3+} 5\mu_B \times 2$ (\downarrow)
- $Fe^{3+} 5\mu_B \times 3$ (\uparrow)
- $M^{3+} p\mu_B \times 2$ (\downarrow)

Existence d'une température de « compensation »



Etats ordonnés - Ordre hélicoïdal

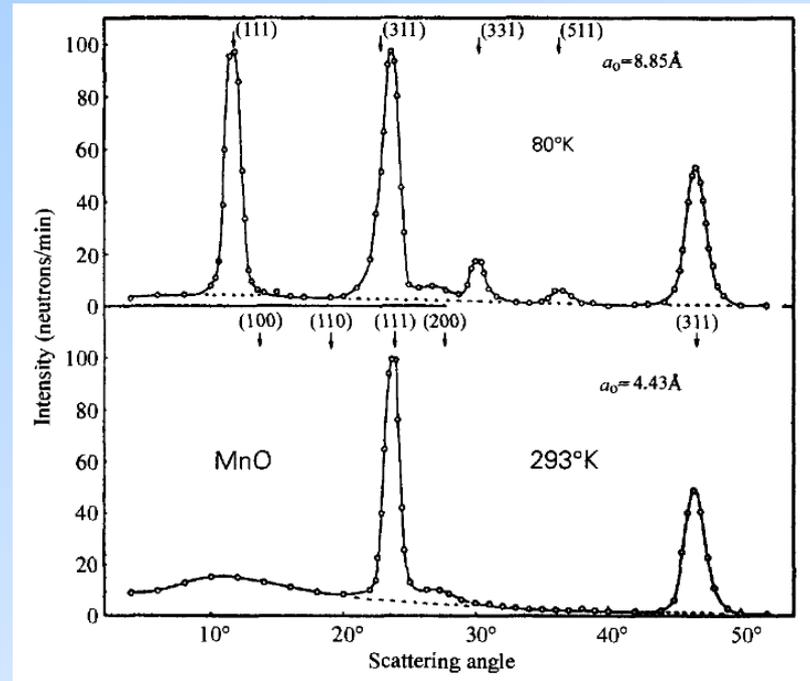
Ex: plans ferro couplés : 1^{er} voisins J_1 , 2nd voisins J_2



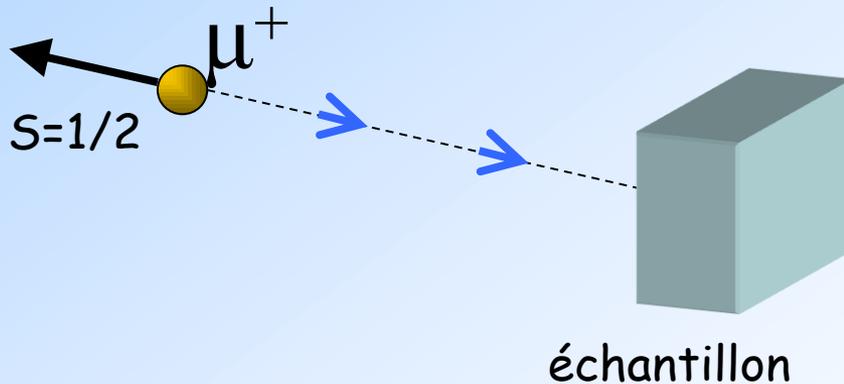
$$\cos \theta = -J_1 / 4J_2$$

Mesure des ordres magnétiques

- Diffraction de neutrons



-Relaxation de spin des muons (μ SR)

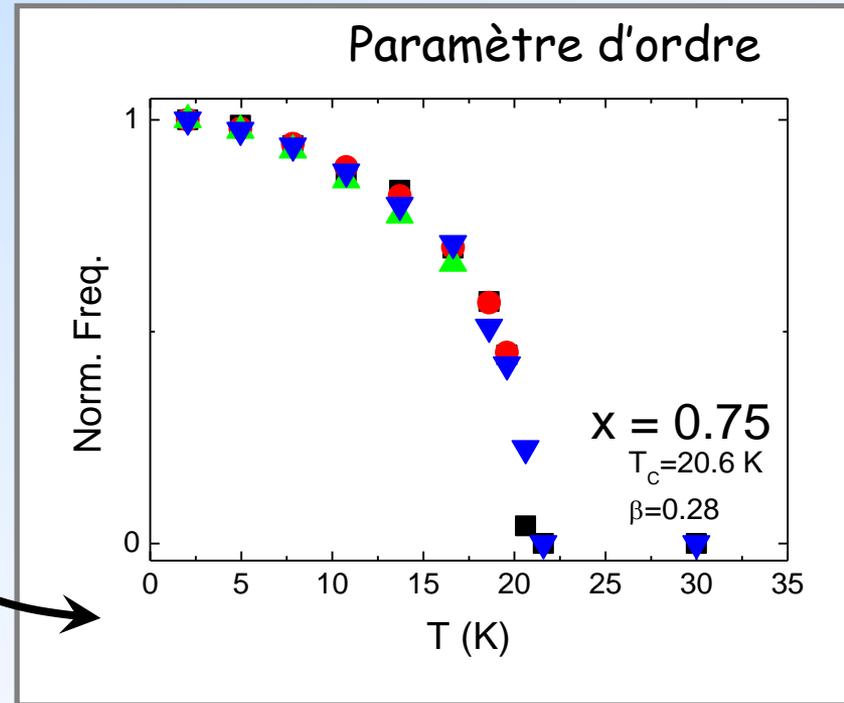
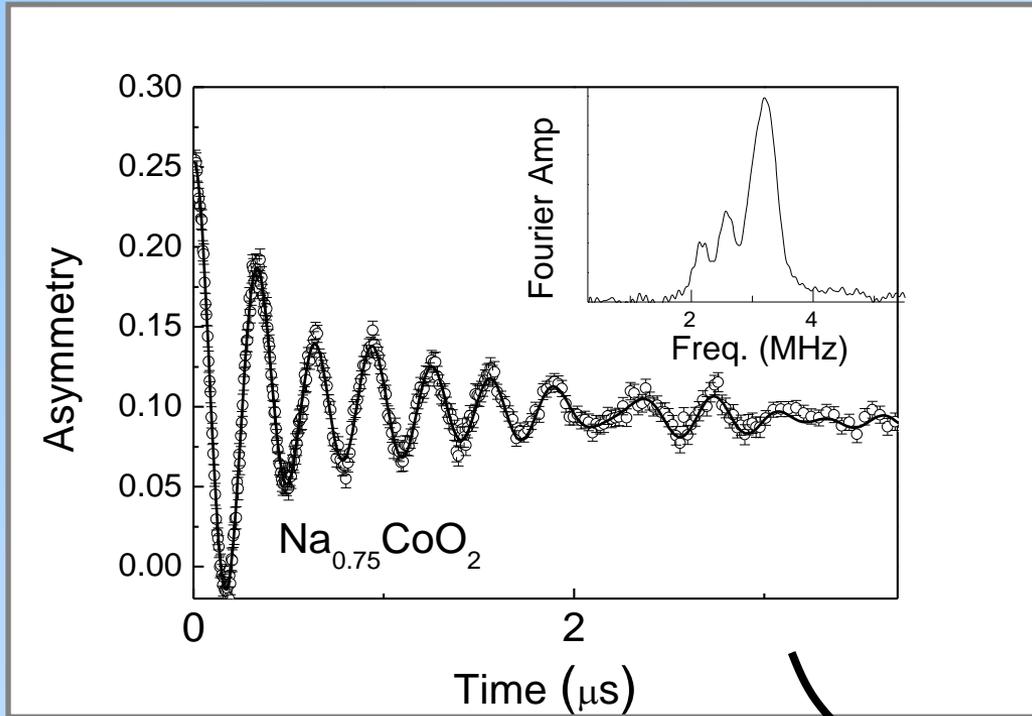


Faisceau de muon $S=1/2$
100% polarisé

Rapport gyromagnétique
 $\gamma / 2\pi = 135 \text{ MHz/T}$

Champ interne B_i

\Rightarrow oscillations spontanées du signal μ SR à la fréquence $\gamma B_i / 2\pi$



Remarques:

-Spins classiques vs spins quantiques ?

En quantique, non-commutation des composantes de spin

$$\left[S^x, S^y \right] = i\hbar S^z$$

Soit
$$\left[\frac{S^x}{\sqrt{S(S+1)}}, \frac{S^y}{\sqrt{S(S+1)}} \right] = \frac{i\hbar S^z}{S(S+1)} \propto \frac{1}{S}$$

Effets quantiques d'autant plus important que S est petit
En pratique pour $S=1/2$

-Théorème de Mermin Wagner

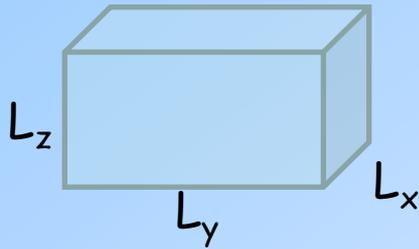
« Pas d'ordre en dimension 1 et 2 pour $T>0$ pour des spins Heisenberg »

mais expérimentalement si transition à $T=0$

=> transition à température finie due aux anisotropies,
aux interactions résiduelles 3D etc..

Magnétisme itinérant

Modèle des électrons libres



Électrons libres confinés dans une boîte
(conditions aux limites périodiques)

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad \text{Onde plane}$$

Vecteur d'onde quantifié :

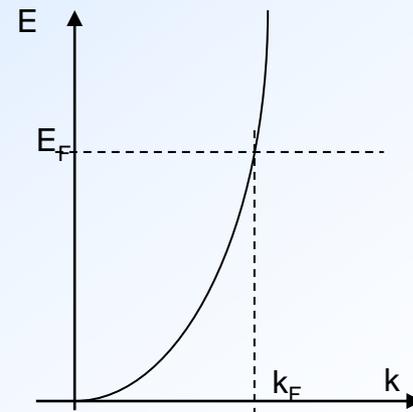
$$\vec{k} = \left(\frac{2\pi}{L_x} n_x; \frac{2\pi}{L_y} n_y; \frac{2\pi}{L_z} n_z \right) \quad \text{avec } n_x, n_y, n_z \in \mathbb{Z}$$

- Quantité de mouvement : $\vec{p} = \hbar\vec{k}$

-Energie $E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e}$

-densité d'état 3D:

$$g(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E}$$



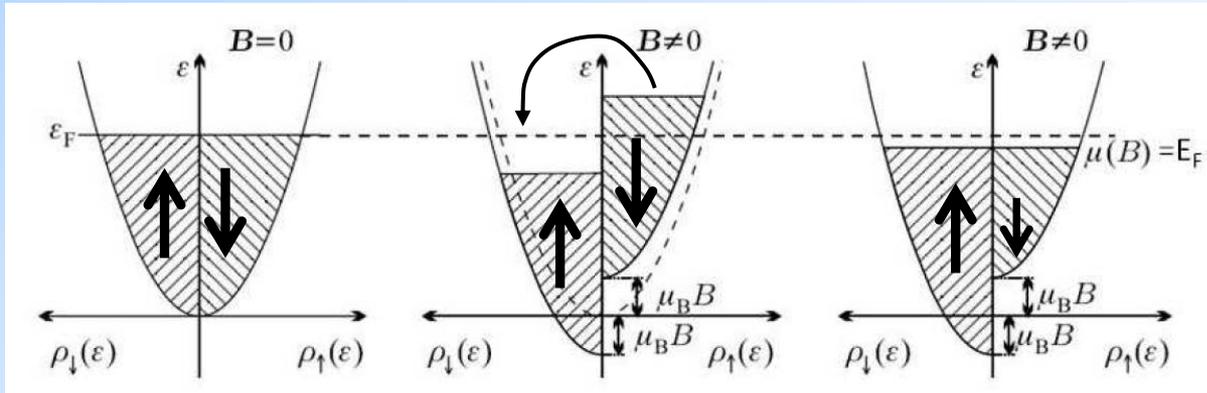
Magnétisme itinérant

- Susceptibilité paramagnétique de Pauli

En présence d'un champ B appliqué, l'énergie des électrons dépend de l'orientation de leur moment de spin $\mu_z = -g\mu_B S_z = \pm\mu_B$

$$E_{\uparrow}(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e} - \mu_B B$$

$$E_{\downarrow}(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e} + \mu_B B$$



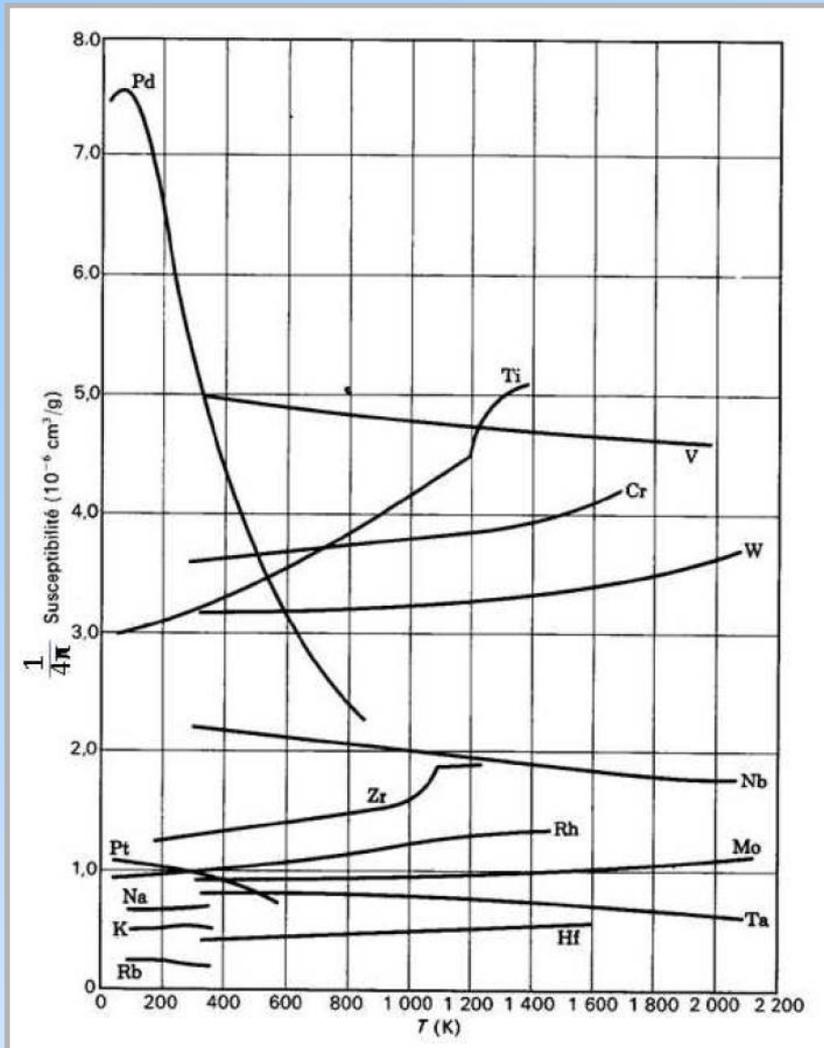
$$n_{\uparrow} - n_{\downarrow} = \frac{1}{V} \frac{g(E_F)}{2} \cdot 2\mu_B B = \frac{1}{V} g(E_F) \mu_B B$$

$$M = n_{\uparrow} (+\mu_B) + n_{\downarrow} (-\mu_B) = \frac{1}{V} g(E_F) \mu_B^2 B$$

-susceptibilité >0 paramagnétique
 -faible : ex Cuivre $\chi_{Pauli} = 1.2 \cdot 10^{-5}$
 -quasi-indépendante de la température

$$\Rightarrow M = \frac{1}{V} \mu_0 g(E_F) \mu_B^2 H \quad \text{d'où} \quad \chi_{Pauli} = \mu_0 g(E_F) \mu_B^2 / V > 0$$

Magnétisme itinérant



NB¹ : il s'agit ici de la contribution de spin. Il y a aussi une contribution orbitale diamagnétique

$$\chi_{\text{Landau}} = -\frac{1}{3} \chi_{\text{Pauli}}$$

NB² : certains métaux suivent très mal ce modèle (ex: Pd) ou pas du tout. Ainsi le cobalt, le Nickel, le Fer sont des métaux ferromagnétiques. Il faut prendre en compte l'interaction entre les électrons.

critère de Stoner : $g(E_F)U/2 > 1 \Rightarrow$
ferromagnétisme
 U : énergie d'interaction

Magnétisme itinérant

Interaction U entre électrons

$$\begin{aligned}\epsilon_{k,\uparrow} &= \frac{\hbar k^2}{2m} + \mu_B B + U n_{\downarrow} \\ \epsilon_{k,\downarrow} &= \frac{\hbar k^2}{2m} - \mu_B B + U n_{\uparrow}\end{aligned}$$

$U > 0$ (F)

-si $Ug(E_F)/2 \ll 1$

$$\Delta n = \frac{1}{2}g(\epsilon_F) (2\mu_B B + U \Delta n)$$

$$\chi_F = \frac{\chi_P}{1 - Ug(\epsilon_F)/2}$$

Susceptibilité augmentée

-si $Ug(E_F)/2 > 1$

Critère de Stoner

-> Instabilité ferromagnétique

Magnétisme itinérant

- Susceptibilité non uniforme du gaz d'électron

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = H_q \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{u}_z.$$

$$\mathcal{H} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \mu_0 g \mu_B H_q \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) S_z$$

Au premier ordre en perturbation

$$\psi_k^\pm(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \left(e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \pm \frac{\mu_0 g \mu_B H_q}{4} \left[\frac{e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{q}) \cdot \mathbf{r}}}{E_k - E_{k+q}} + \frac{e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{q}) \cdot \mathbf{r}}}{E_k - E_{k-q}} \right] \right) |\pm\rangle.$$

$$M(\mathbf{r}) = \sum_{k \text{ occupés}} m_z^+ |\psi_k^+(\mathbf{r})|^2 + m_z^- |\psi_k^-(\mathbf{r})|^2, \quad \text{où } m_z^\pm = -g\mu_B \left(\pm \frac{1}{2} \right).$$

Magnétisme itinérant

$$M(\mathbf{r}) = \chi(\mathbf{q}) H_q \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})$$

$$\chi(\mathbf{q}) = \chi_P F(q/2k_F)$$

Fonction de
Lindhard

$$F(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1-x^2}{2x} \ln \frac{|1+x|}{|1-x|} \right)$$

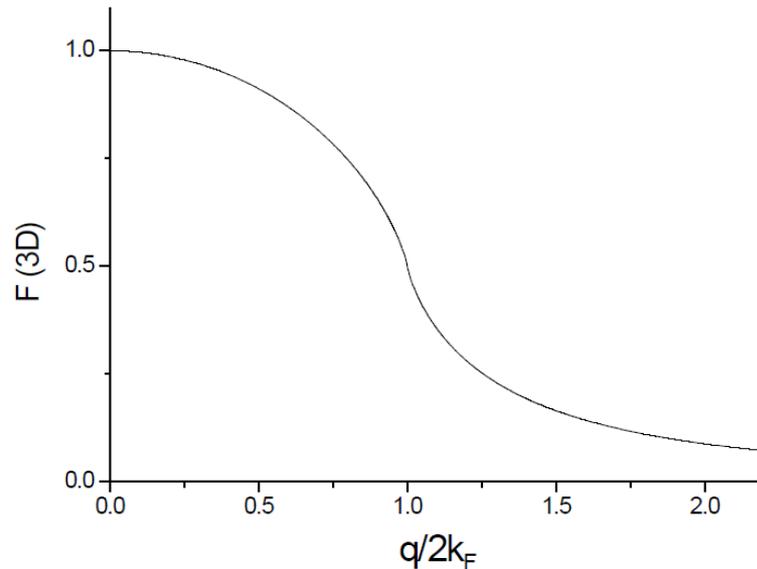
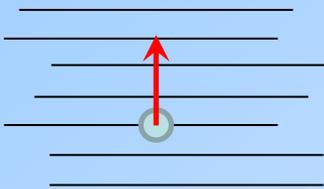


Figure 1: Tracé de la fonction $F(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1-x^2}{2x} \ln \frac{|1+x|}{|1-x|} \right)$.

Notion de verres de spins

-Réponse du gaz d'électron à un moment localisé

Ex: Cu:Mn



$$\mathcal{H}_1 = A\mathbf{S}_\alpha \cdot \mathbf{s}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\alpha)$$

Interaction de contact isotrope A entre l'électron et l'impureté

$$\Rightarrow \mathbf{H}_{eff} = \frac{A}{\mu_0 g \mu_B} \mathbf{S}_\alpha \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\alpha)$$

Réponse à un champ localisé

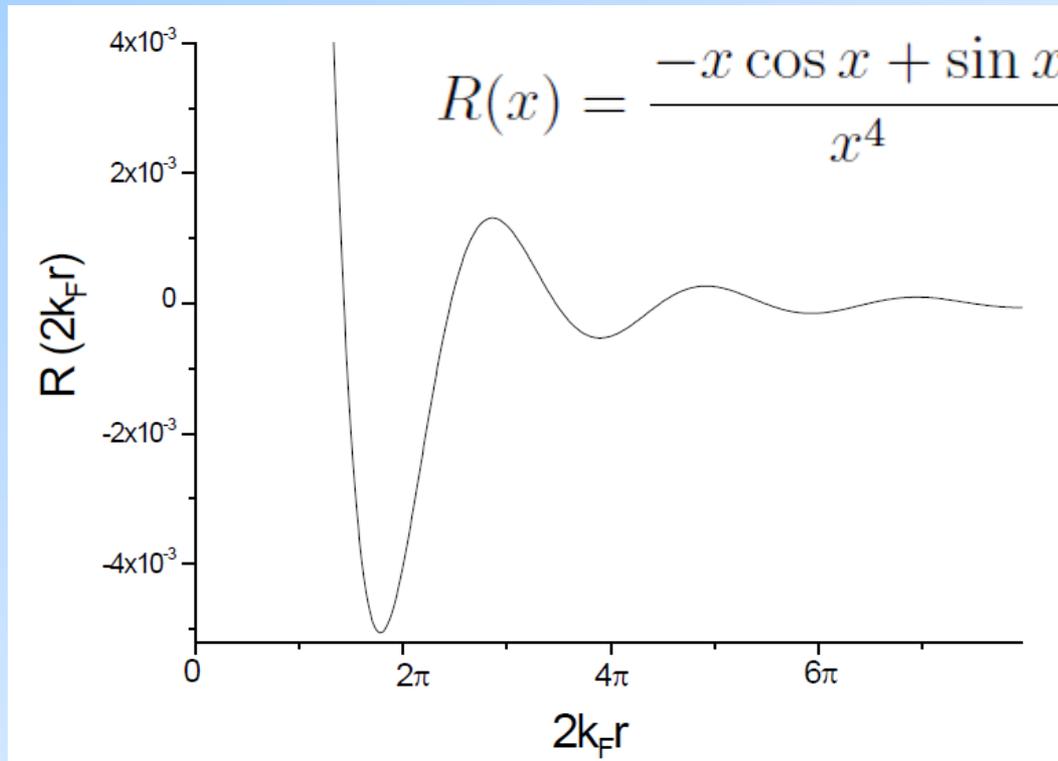
$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = H_0 \delta(\mathbf{r}) \mathbf{u}_z$$

⇔ Champ uniforme dans l'espace des q :

$$H(\mathbf{q}) = \int H_0 \delta(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r} = H_0$$

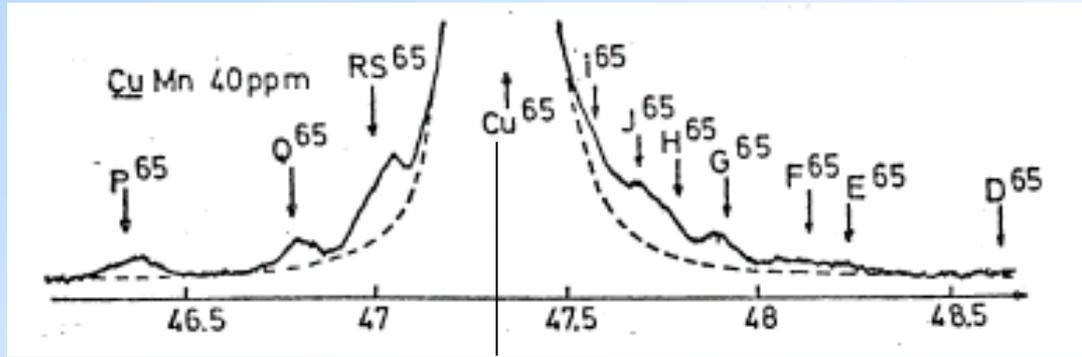
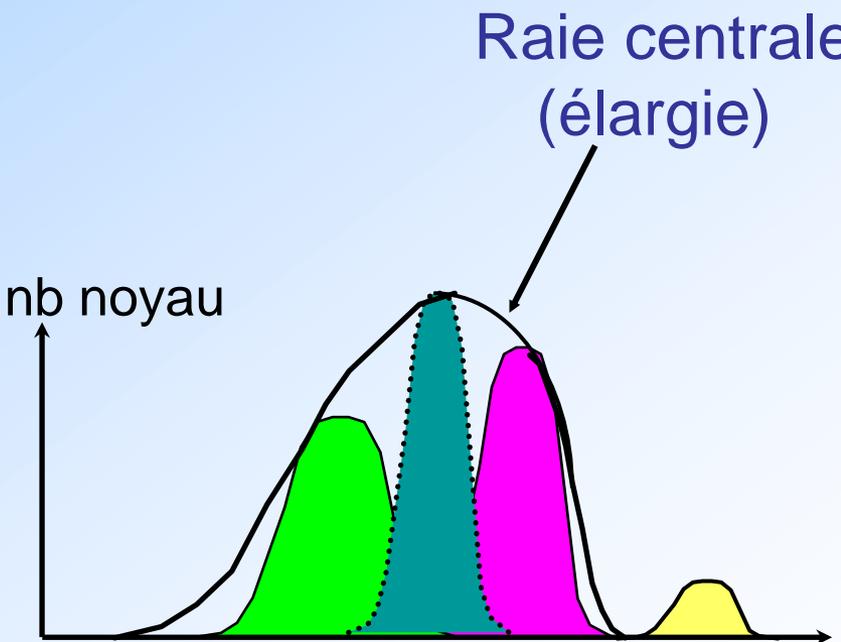
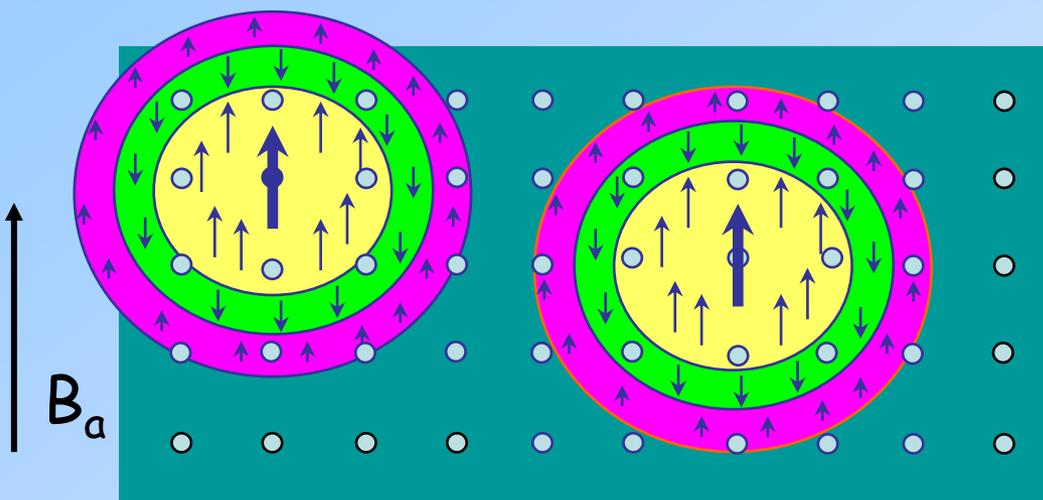
Notion de verres de spins

$$\begin{aligned}\mathbf{M}(\mathbf{r}) &= \mathbf{u}_z \operatorname{Re} \left[\frac{1}{(2\pi)^3} \int \chi(\mathbf{q}) H_0 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{q} \right] \\ &= \frac{\chi_P H_0}{(2\pi)^3} \mathbf{u}_z \operatorname{Re} \left[\int F \left(\frac{q}{2k_F} \right) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{q} \right] \\ &= \frac{2k_F^3 \chi_P H_0}{\pi} R(2k_F r) \mathbf{u}_z\end{aligned}$$



Notion de verres de spins

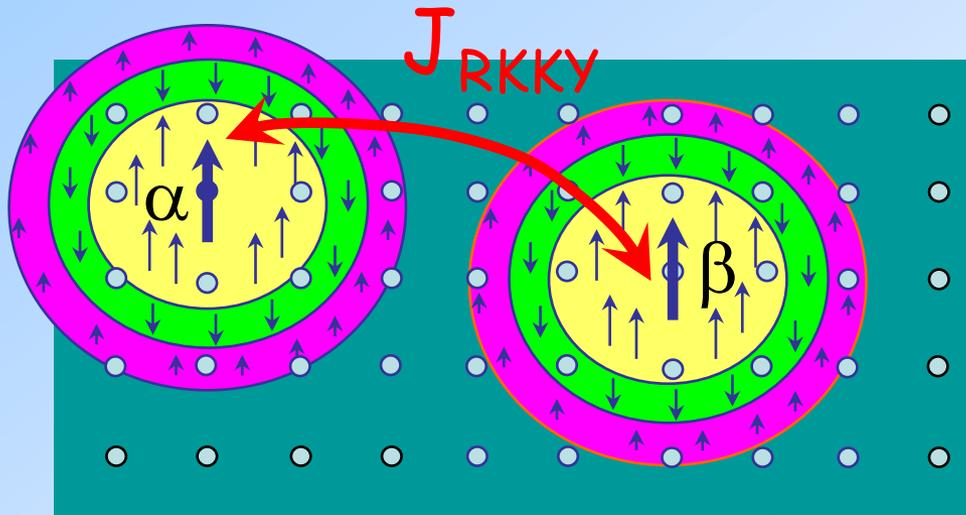
RMN du Cuivre dans Cu:Mn



proches voisins
(raie résolue)

Notion de verres de spins

Interaction RKKY (Ruderman, Kittel, Kasuya, Yosida)



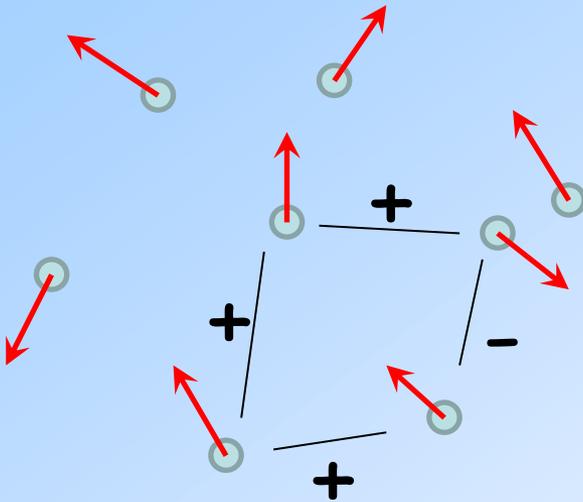
$$\begin{aligned}\mathcal{H}^{imp} &= \sum_i A \mathbf{S}_\beta \cdot \mathbf{s}_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\beta) \\ &= A \mathbf{S}_\beta \cdot \frac{\mathbf{M}(\mathbf{r}_\beta)}{g\mu_B} \\ &= \frac{2k_F^3 \chi_P}{\pi} \frac{A^2}{\mu_0 g^2 \mu_B^2} \text{R} [2k_F(r_\beta - r_\alpha)] \mathbf{S}_\alpha \cdot \mathbf{S}_\beta \\ &= J(r_{\alpha\beta}) \mathbf{S}_\alpha \cdot \mathbf{S}_\beta\end{aligned}$$

Notion de verres de spins

$$\mathcal{H}_{RKKY} = \sum_{\alpha, \beta} J(r_{\alpha\beta}) \mathbf{S}_{\alpha} \cdot \mathbf{S}_{\beta}.$$

$$J \propto \frac{1}{r^3}$$

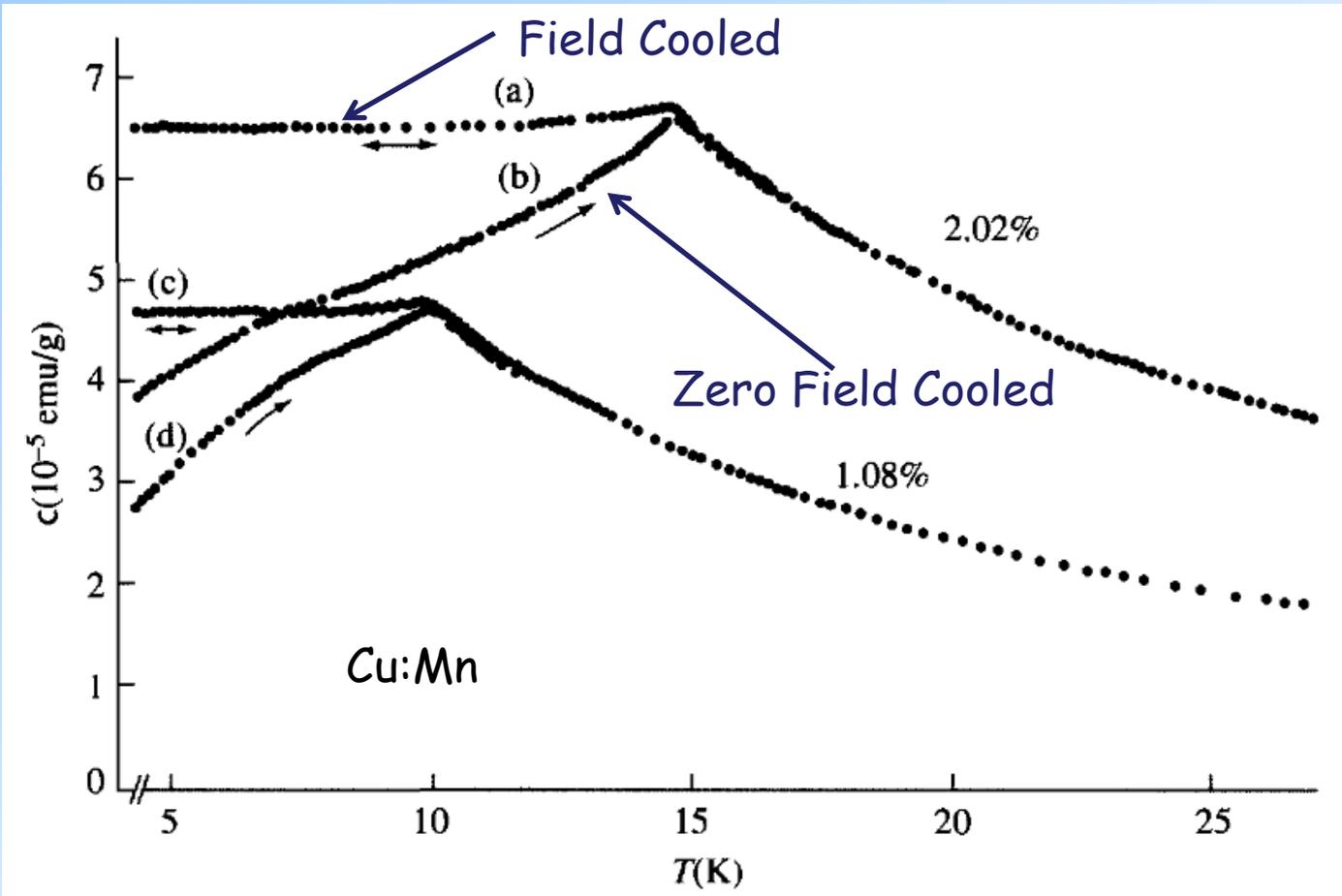
de signe variable



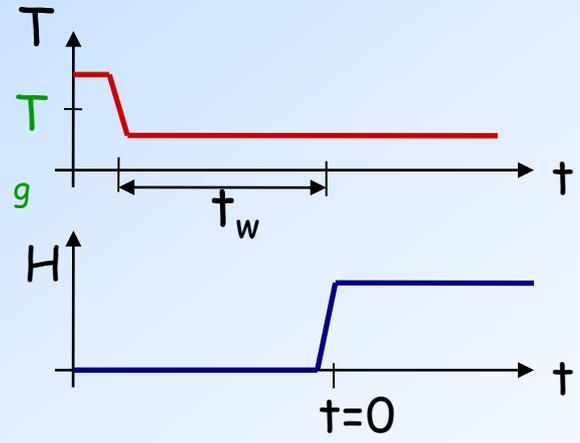
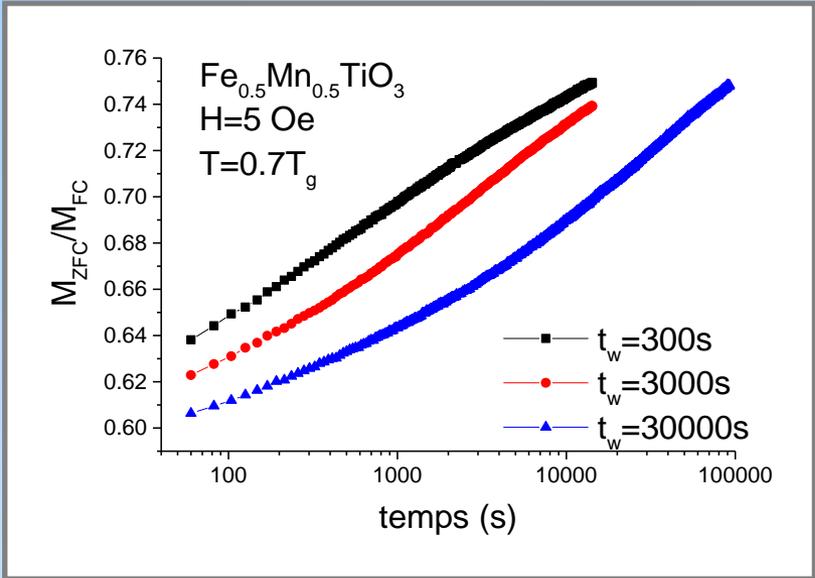
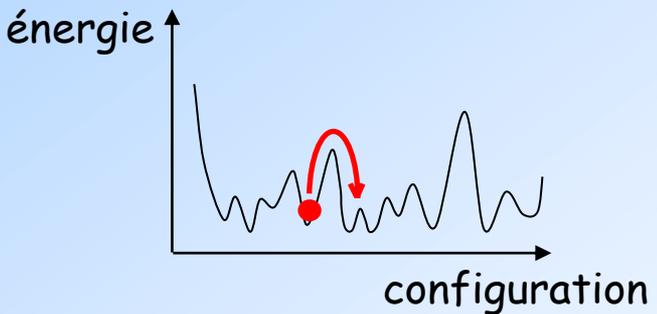
- Transition à $k_B T_c \sim (\langle J^2 \rangle)^{\frac{1}{2}}$
vers un état gelé, désordonné

- Désordre => frustration

Notion de verres de spins - hystérésis



Notion de verres de spins - dynamique lente



bibliographie

- Physique de l'état solide - C. Kittel
- Solid state physics - Ashcroft & Mermin
- Magnétisme I et II, E. du Trémolet de LACHEISSERIE (edp sciences)
- Magnetism in condensed matter, S. J. Blundell (oxford press)
- Quantum theory of magnetism, R.M. White